

Optimal hysteresis model parameters for the seismic response of reinforced concrete frames

Andrés Lepage y Sebastián A. Delgado

Department of Architectural Engineering, College of Engineering,
Pennsylvania State University, 104 Eng. Unit A, University Park, PA, USA.
lepage@psu.edu, sadelgado@gmail.com

Abstract

This work seeks to identify the optimal combination of parameters defining the hysteretic response of reinforced concrete frames and leading to the best correlation between the calculated and measured seismic response. The combined effects of five parameters are investigated: initial stiffness, bond-slip deformations, post-yield stiffness, unloading stiffness, and type of damping. The analyses use lumped plasticity models concentrated at member ends. The study uses the recorded seismic responses of two ten-story laboratory structures and two orthogonal structural systems in an existing seven-story building. For each of the four structures, 64 combinations of parameters are considered for a total of 256 cases. For each case, the calculated roof displacement is compared to the measured response by means of the frequency domain error index (*FDE*), facilitating the identification of the combination of parameters that leads to the best analytical simulation to minimize *FDE*. Although the best simulations are attained in models with uncracked initial stiffness, hard post-yield stiffness, and variable unloading stiffness, the study identifies models with cracked initial stiffness that also lead to satisfactory simulations.

Key words: Nonlinear dynamic procedure, time-history analysis.

Parámetros óptimos en modelos de histéresis para la respuesta sísmica de pórticos de concreto armado

Resumen

Este trabajo busca identificar la combinación óptima de parámetros que define la respuesta histerética en pórticos de concreto armado y conduce a la mejor correlación entre la respuesta sísmica calculada y medida. Se investigan los efectos combinados de cinco parámetros: rigidez inicial, deslizamiento por adherencia, rigidez de posfluencia, rigidez de descarga, y tipo de amortiguamiento. Los análisis usan modelos de plasticidad concentrada en extremos de miembros. El estudio usa la respuesta sísmica registrada en dos estructuras de laboratorio de diez pisos y en dos sistemas estructurales ortogonales de un edificio real de siete pisos. Para cada una de las cuatro estructuras, se consideran 64 combinaciones de parámetros para un total de 256 casos. Para cada caso, el desplazamiento del techo calculado se compara con la respuesta medida mediante el índice de error en el dominio de frecuencias (*FDE*), facilitando la identificación de la combinación de parámetros que conduce a la mejor simulación analítica que minimiza el *FDE*. Aunque las mejores simulaciones se logran en modelos con rigidez inicial no agrietada, rigidez endurecida de posfluencia, y rigidez variable de descarga, el estudio identifica modelos con rigidez inicial agrietada que también conducen a simulaciones satisfactorias.

Palabras clave: Procedimiento dinámico no-lineal, análisis con acelerogramas.

Introducción

En la evaluación sísmica de edificaciones existentes, así como en el diseño de edificaciones nuevas, existen situaciones donde terceros requieren revisiones especiales para el otorgamiento del permiso de construcción. Hoy en día no sorprende la exigencia sobre el uso del análisis sísmico avanzado, mediante cálculo estático o dinámico no-lineal. Adicionalmente, es cada vez más común que los ingenieros de diseño recurran al análisis no-lineal para evaluar los méritos relativos entre diversas soluciones estructurales.

El objetivo de este trabajo es identificar la combinación óptima de parámetros de entrada para un análisis dinámico no-lineal, para simulaciones confiables. Se estudian dos estructuras experimentales de diez pisos, ensayadas en el simulador de terremotos de la Universidad de Illinois: MF1, MF2, y dos estructuras ortogonales: HEW, HNS, que conforman el edificio Holiday Inn en Van Nuys, California, de siete pisos, cuya respuesta fue medida durante el terremoto de Northridge en 1994. Se investiga la influencia de cinco parámetros y sus combinaciones: rigidez inicial, deslizamiento por adherencia, rigidez de posfluencia, rigidez de descarga, y el tipo de amortiguamiento.

Análisis Dinámico No-lineal

Se utilizó una variante del programa LARZ [1] para el análisis dinámico no-lineal. El programa considera vigas y columnas como elementos rectos sin masa, con una porción central elástica acotada en sus extremos por resortes no lineales. Los resortes se conectan a segmentos rígidos que representan segmentos finitos de la junta viga-columna.

Las deformaciones axiales son despreciadas y la rigidez al cortante se supone constante. La rigidez a la flexión se redefine para cada paso de cálculo tomado como $\frac{1}{4}$ de la tasa de muestreo del registro en la base, y las masas invariables se concentran a nivel de piso donde se definen los grados de libertad traslacionales. Se incorporan los efectos $P\Delta$.

Para cada elemento, a partir de las relaciones momento-curvatura, se derivan las relaciones primarias de momento-rotación asignadas a

los resortes no lineales, en base a los puntos de agrietamiento y de fluencia conectados linealmente. La rigidez asociada a la curva primaria se reduce al incorporar los efectos de deslizamiento por adherencia (bond slip) que ocurren en la juntas viga-columnas.

La matriz de amortiguamiento $[C]$, es construida como la combinación lineal de las matrices de masa $[M]$ y de rigidez $[K]$, según

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (1)$$

$$\xi_i = \frac{1}{2\omega_i} (\alpha + \beta\omega_i^2) \quad (2)$$

donde ξ_i es la fracción de amortiguamiento crítico en base al modo de vibración i de frecuencia ω_i . En este estudio, el amortiguamiento se define en función de ω_1 (primer modo), usando secciones brutas. Para el caso de amortiguamiento proporcional a la masa, se toma $\alpha=2\xi_1\omega_1$ y $\beta=0$. Para el caso proporcional a la rigidez, se toma $\alpha=0$ y $\beta=2\xi_1/\omega_1$.

Estructuras Experimentales MF1 y MF2

Las estructuras MF1 [2] y MF2 [3] son modelos a escala en la Figura 1. Cada una está conformada por dos pórticos paralelos de 10 pisos. La estructura MF2 es idéntica a MF1 excepto por la discontinuidad de una viga en el primer piso. El peso nominal por nivel es 4.45 kN (454 kg), a excepción del nivel 1 en MF2 donde se aproxima a $\frac{2}{3}$ del típico.

Ambos modelos fueron construidos usando concreto de agregado pequeño y con resistencia a compresión f'_c de 40 MPa (410 kgf/cm²) en MF1, y 38 MPa (390 kgf/cm²) en MF2. El refuerzo es alambre calibre 13 para el acero longitudinal y calibre 16 para el transversal. Las propiedades mecánicas del acero utilizado son similares a la del típico comercial. El acero longitudinal es continuo y se extiende más allá de los nodos extremos para proporcionar anclaje adecuado. El refuerzo transversal provisto con espirales rectangulares garantiza que la falla por corte no ocurra antes de la falla por flexión. Las juntas viga-columna son reforzadas con espirales elípticas para evitar la falla de la junta. Por medio de un tubo de

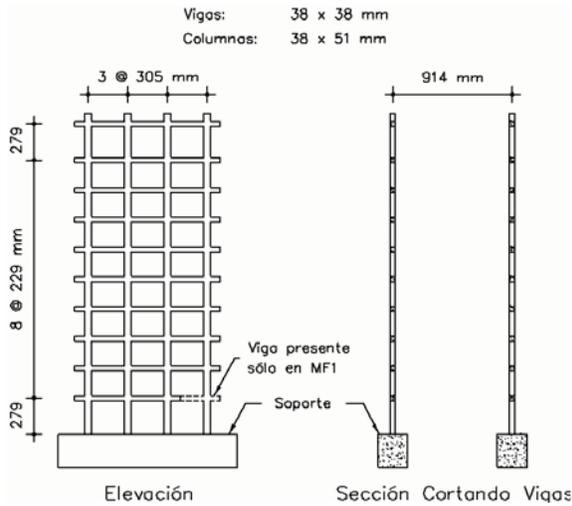


Figura 1. Estructuras experimentales MF1 y MF2.

acero, a través del centro de las juntas, se facilita la transferencia de las cargas del piso a los pórticos sin inducir momentos en los miembros. El sistema de cargas tiene el centro de masa coincidente con el centro de cada piso y obliga a que los pórticos se desplacen por igual. Las cargas axiales en las columnas del primer piso no exceden de $0.20 f'_c A_g$.

Las estructuras se sometieron en su base a registros de aceleraciones según copias de El Centro 1940 NS, con la escala de tiempo comprimida en 2.5, cónsono con el período fundamental de los modelos a escala. Los experimentos aquí

considerados corresponden al primer evento de simulación sísmica al cual las estructuras MF1 y MF2 fueron sometidas. En dicho evento se registraron aceleraciones máximas en la base de 0.40g para MF1 y 0.38g para MF2. Detalles adicionales se presentan en las referencias 2 y 3.

Estructura del edificio Holiday Inn en Van Nuys, California

El edificio estudiado [4] está ubicado a unos 6 km del epicentro del terremoto de Northridge 1994. La estructura de 7 pisos en la Figura 2, construida en 1966, utiliza concreto de peso normal con resistencia de diseño de 34 MPa (350 kgf/cm²), para las columnas del primer nivel. El sistema de entrepiso del primer nivel y las columnas del segundo nivel usan concreto de 28 MPa (280 kgf/cm²). El resto de la estructura emplea 21 MPa (210 kgf/cm²). El acero de refuerzo es de 410 MPa (4200 kgf/cm²), ASTM A-432 para columnas y de 280 MPa (2800 kgf/cm²), ASTM A-15 y A-305 para vigas y losas.

El sistema resistente a fuerzas laterales, esencialmente simétrico en ambas direcciones, está conformado por la combinación de pórticos perimetrales viga-columna y de pórticos interiores losa-columna. Las columnas interiores son de 510x510 mm en el primer nivel y 460x460 mm en el resto. Las columnas exteriores son de 360x510 mm. Desde el primer hasta el cuarto ni-

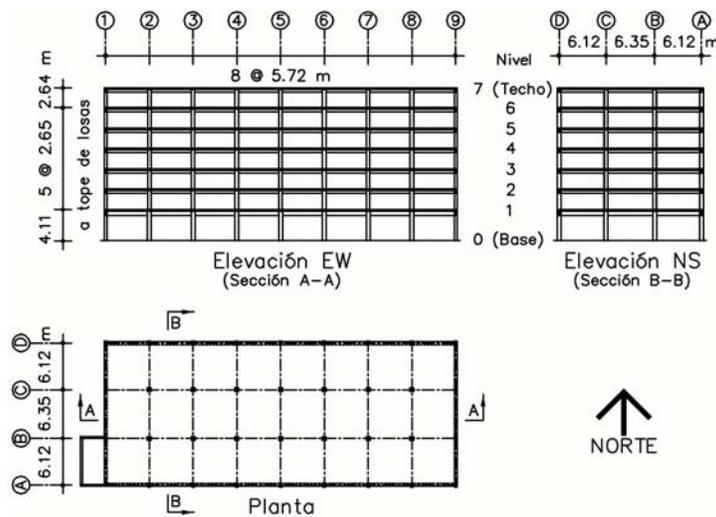


Figura 2. Edificio Holiday Inn en Van Nuys, California.

vel, el refuerzo de las columnas es 6#9 con doble ligadura #3 a cada 300 mm. A partir del quinto piso el refuerzo de las columnas cambia a 6#7 con doble ligadura #2 a cada 300 mm. El espaciamiento del refuerzo transversal en las columnas no cumple con los requerimientos modernos para pórticos dúctiles.

Durante el sismo Northridge 1994, el edificio estaba instrumentado con 16 acelerómetros que registraron las aceleraciones Este-Oeste (EW), Norte-Sur (NS), y vertical. Las aceleraciones picos del terreno fueron 0.45g EW, y 0.42g NS.

Parámetros considerados en la investigación

Se estudia la influencia de cinco parámetros, cada uno representado por dos ó cuatro valores característicos y que se identifican por los símbolos mostrados en la Tabla 1.

Rigidez inicial

Se consideran dos casos: la condición de rigidez inicial no-agrietada en base a propiedades de la sección bruta (modelo B), y la condición de rigidez inicial agrietada (modelo A). Para el caso B, la rigidez inicial se mantiene hasta el punto de agrietamiento asociado al módulo de rotura f_r de $\frac{5}{8}\sqrt{f'_c}$ MPa ($2\sqrt{f'_c}$ kgf/cm²). Para el caso A, la rigidez inicial se define mediante el punto de fluencia. En ambos casos, el punto de fluencia es calculado suponiendo compatibilidad de deformaciones entre acero y concreto. El concreto se modela mediante la curva de Hognestad [5] y el acero se define como elastoplástico perfecto.

Deslizamiento por adherencia

Para cada elemento, las relaciones momento-rotación se derivan de las relaciones momento-curvatura suponiendo el punto de inflexión a mitad del claro. Luego se añade la rotación θ' debido a los efectos de deslizamiento por adherencia [1] entre acero y concreto, dentro de las juntas viga-columna, para un esfuerzo promedio de adherencia u :

$$\theta' = \frac{1}{8} \frac{d_b f_y^2}{E_s u (d - d')} \left(\frac{M}{M_y} \right)^2 \quad (3)$$

donde: d_b es el diámetro del acero a tensión; E_s es el módulo de elasticidad del acero; f_y es el esfuerzo de fluencia del acero; d y d' definen las posiciones del acero.

Se consideran dos casos: el caso de adherencia débil (modelo D) con valores u de $\frac{1}{3}\sqrt{f'_c}$ MPa ($1.1\sqrt{f'_c}$ kgf/cm²), y el caso de adherencia fuerte (modelo F) con valores u de $\frac{2}{3}\sqrt{f'_c}$ MPa ($2.1\sqrt{f'_c}$ kgf/cm²). Los valores de θ' se obtienen para momentos de agrietamiento y fluencia M_y , a partir de los cuales se hace interpolación lineal. A pesar de suponer las juntas viga-columna como rígidas, los valores de θ' que corresponden a los casos D también pueden interpretarse como juntas con porciones no rígidas.

Rigidez de posfluencia

En este estudio la rigidez de posfluencia K_p se expresa como una fracción de la rigidez secante al punto de fluencia $K_e = M_y / \theta_y$, donde θ_y ya incluye el deslizamiento por adherencia. Se consideran las fracciones K_p / K_e de 2% para representar una posfluencia plana (modelo P), y de 10% para una posfluencia endurecida (modelo E). Se desarrolló una variante del programa LARZ [1] para garantizar los valores de K_p deseados.

Rigidez de descarga

Para la respuesta dinámica no-lineal, se utilizan las reglas de histéresis de Takeda [6], las cuales controlan las variaciones de rigidez. Takeda modifica la rigidez de descarga mediante el exponente γ , tomando en cuenta la historia de deformaciones:

$$K_d = K_e \left(\frac{\theta_y}{\theta_m} \right)^\gamma \quad (4)$$

donde: K_d es la rigidez de descarga; K_e es la rigidez efectiva definida por la secante al punto de fluencia; θ_y es la rotación de fluencia; y θ_m la rotación máxima alcanzada. El caso de $\gamma=0$, con $K_d=K_e$, representa una rigidez de descarga constante (modelo C), y el caso de $\gamma=0.5$ representa una rigidez de descarga variable (modelo V).

Amortiguamiento viscoso

Se consideran cuatro tipos de amortiguamiento según la Ecuación 1: dos del tipo proporcional a la masa, 2% ó α_2 y 5% ó α_5 , y dos del tipo proporcional a la rigidez, 2% ó β_2 y 5% ó β_5 . α y β se asociaron al primer modo de vibración de la estructura no-agrietada.

La Tabla 1 resume la nomenclatura que identifica los parámetros utilizados. Para cada estructura se analizan los casos de estudio definidos por las combinaciones de parámetros posibles. Se dispone de dos rigideces iniciales B y A, dos rigideces de posfluencia E y P, dos rigideces de descarga C y V, dos niveles de deslizamiento por adherencia F y D, y cuatro tipos de amortiguamientos α_2 , α_5 , β_2 , y β_5 , para un total de 64 combinaciones para cada estructura: MF1, MF2, HEW, HNS.

Las resistencias del concreto y del acero en los cálculos corresponden a los valores medidos en el laboratorio para las estructuras MF1 y MF2, mientras que para los pórticos HEW y HNS se utilizan los valores nominales de diseño incrementados 10%.

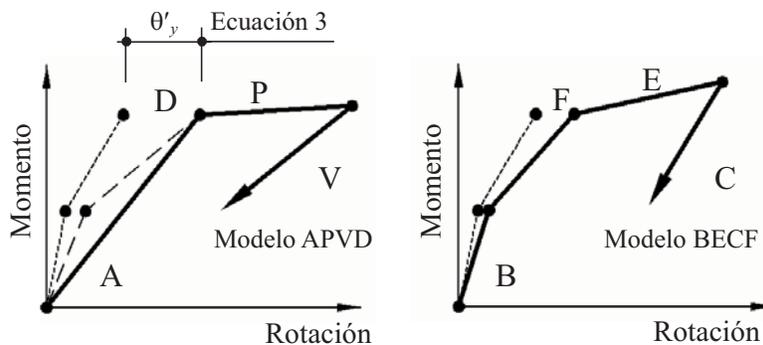
Índice de error en el dominio de frecuencias

El gran número de modelos considerados, dificulta el apreciar la respuesta calculada que resulta en la mejor correlación con la respuesta medida. A tal efecto, se usa el índice de error en el dominio de frecuencias (FDE) [8], como una medida de la correlación entre una señal medida y otra calculada; ambas en función del tiempo.

El índice FDE está basado en las características de las frecuencias contenidas en las señales

Tabla 1
Identificación de Parámetros

Parámetro	Característica	Símbolo
Rigidez inicial	Bruta $f_r = \frac{5}{8} \sqrt{f'_c}$ [MPa]	B
	Agrietada $f_r \sim 0$	A
Rigidez de posfluencia	Endurecida $K_p = 0.10 K_e$	E
	Plana $K_p = 0.02 K_e$	P
Rigidez de descarga	Constante $\gamma = 0$	C
	Variable $\gamma = 0.5$	V
Deslizamiento por Adherencia	Fuerte $u = \frac{2}{3} \sqrt{f'_c}$ [MPa]	F
	Débil $u = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c}$	D
Amortiguamiento viscoso	2% proporcional a la masa	α_2
	5% proporcional a la masa	α_5
	2% proporcional a la rigidez	β_2
	5% proporcional a la rigidez	β_5



a comparar. El índice cuantifica las desviaciones en amplitud y fase entre dos señales y asigna valores entre 0 y 1, donde 0 indica una correlación perfecta.

En la determinación del índice *FDE*, es necesario obtener la transformada de Fourier para cada señal y así obtener una representación en números complejos en el dominio de frecuencias. Para cada frecuencia y su expresión en números complejos, los componentes reales e imaginarios pueden ser representados en un sistema cartesiano *x-y*, con coordenadas *x* según la componente real de amplitud y coordenadas *y* según la componente compleja de fase. En la Figura 3 se ilustra la representación vectorial en el sistema *x-y* de las señales medida y calculada. El índice *FDE* se basa en el vector de error normalizado por la suma de las magnitudes de los vectores, según

$$FDE = \frac{\sum_{i=f_1}^{f_2} \sqrt{(R_{M_i} - R_{C_i})^2 + (I_{M_i} - I_{C_i})^2}}{\sum_{i=f_1}^{f_2} (\sqrt{R_{M_i}^2 + I_{M_i}^2} + \sqrt{R_{C_i}^2 + I_{C_i}^2})} \quad (5)$$

R_{M_i}, I_{M_i} = componente real e imaginaria de la señal medida de frecuencia *i*

R_{C_i}, I_{C_i} = componente real e imaginaria de la señal calculada de frecuencia *i*

f_1, f_2 = frecuencia inicial y final para la sumatoria.

El denominador de la Ecuación 5 garantiza valores *FDE* entre 0 y 1. En este estudio, las frecuencias f_1 y f_2 se definen en función del período fundamental T_1 de la estructura no-agrietada, utilizando $1/(4T_1)$ y $1/(0.1T_1)$, respectivamente. Este rango captura la contribución de las frecuencias de vibración más relevantes de la respuesta inelástica.

Discusión de Resultados

Para evaluar la bondad de las respuestas calculadas, se toman las historias de los desplazamientos del último piso o techo como representativas y capaces de caracterizar el comportamiento global y local en estructuras aporticadas regulares [1]. Los desplazamientos calculados se comparan con los medidos, determinándose para cada caso el índice *FDE* correspondiente.

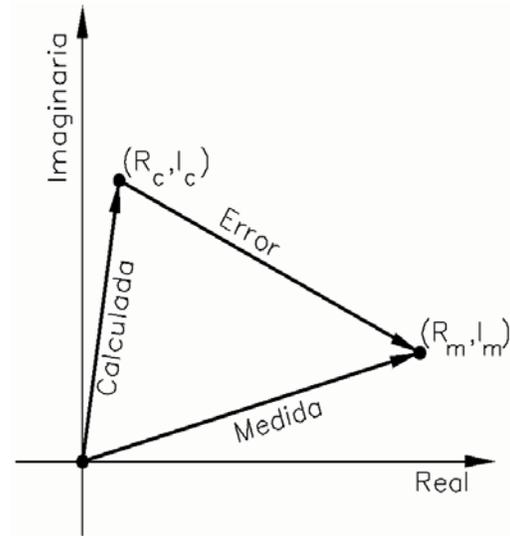


Figura 3. Representación del índice de error *FDE*.

Los resultados se muestran en las cartas de índices *FDE* en las Figuras 4 y 5, mediante una representación gráfica que evoca una diana o tiro al blanco, donde el centro representa una correlación perfecta $FDE = 0$, entre la historia de la respuesta calculada y la medida. Un punto periférico $FDE = 0.75$ representa mala correlación. Un total de cuatro sectores por cuadrante divide al círculo en 16 sectores. Cada sector representa uno de los 16 modelos derivados de la combinación de las variables: A/B, P/E, V/C, y D/F. Las cartas se han separado para cada tipo de amortiguamiento: $\alpha_2, \alpha_5, \beta_2, \beta_5$, en las estructuras MF1 y MF2 en la Figura 4, y en las estructuras HEW y HNS en la Figura 5.

En las Figuras 4 y 5, la mitad derecha de cada círculo representa los modelos tipo B con rigidez inicial basada en la sección bruta, y la mitad izquierda representa los modelos tipo A con rigidez inicial agrietada. El primer sector del primer cuadrante marca el modelo de mayor resistencia a la deformación, BECF en la Tabla 1, y el modelo de propiedades opuestas ubicado a 180° , corresponde al de menor resistencia a la deformación, APVD. Todo sector que identifica a un modelo dado, tiene su sector opuesto que identifica las propiedades alternativas. La data de las Figuras 4 y 5, al representar los índices *FDE*, tienen un símbolo adicional que identifica los casos donde el desplazamiento máximo calculado difiere en más del 25% respecto al máximo medido.

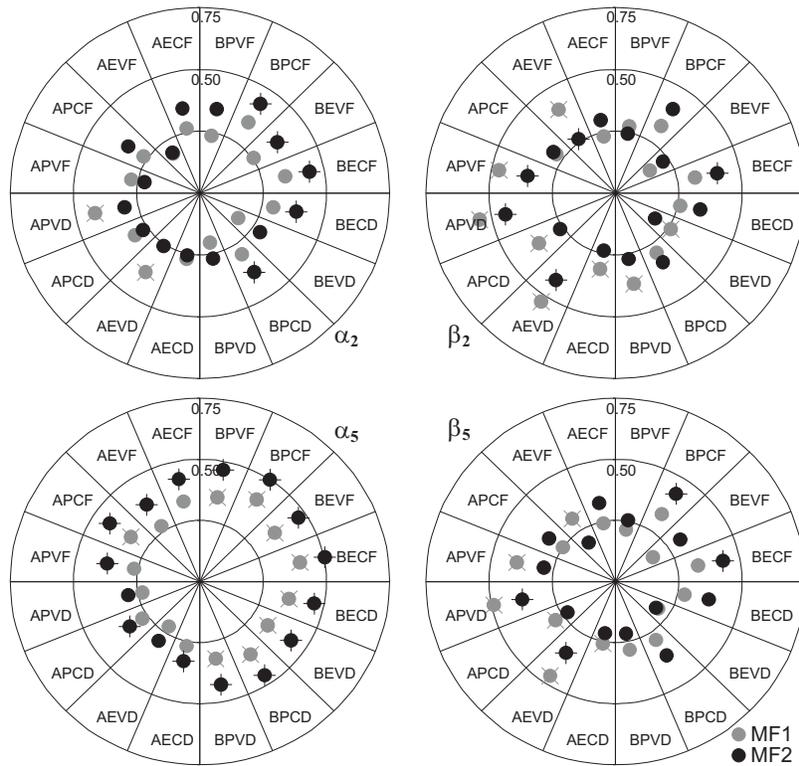


Figura 4. Carta de índices FDE, estructuras MF1 y MF2.

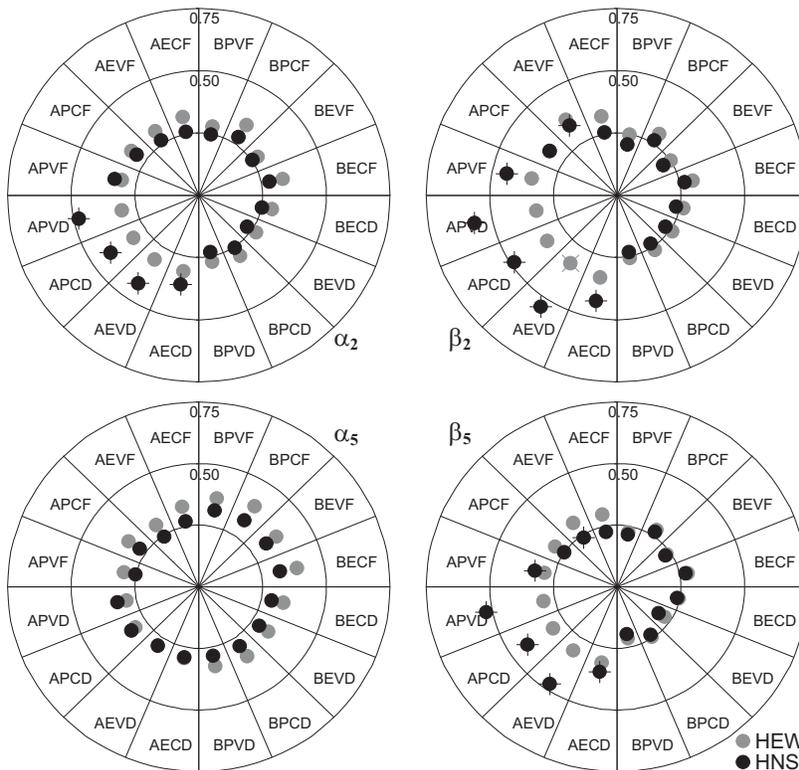


Figura 5. Carta de índices FDE, estructuras HEW y HNS.

En los modelos de rigidez inicial bruta B, sólo dos combinaciones de parámetros satisfacen valores *FDE* menores de 0.25 para las cuatro estructuras consideradas, sin que los desplazamientos máximos calculados se desvíen en más de 25% respecto al máximo medido. Estos modelos son: BEVD- β_5 y BEVF- β_2 , con valores promedios de 0.20 y 0.21 sobre las cuatro estructuras, respectivamente. Las historias de desplazamientos del techo para los modelos BEVD- β_5 se presentan en la Figura 6.

En los modelos de rigidez inicial agrietada A, dos combinaciones de parámetros satisfacen valores de *FDE* menores de 0.30, sin que los desplazamientos máximos calculados se desvíen en más de 25% respecto al máximo medido. Estos modelos son: AEFV- α_2 y AEVD- α_5 , con valores promedios de 0.24 y 0.27 sobre las cuatro estructuras, respectivamente. Las respuestas para los modelos AEFV- α_2 se presentan en la Figura 7.

Los modelos también resultan en correlaciones satisfactorias para las historias de corte basal, Figura 8. Para obtener la historia del corte basal medido, se requieren las historias de aceleraciones de cada piso, sólo disponibles para las estructuras MF1 y MF2.

Conclusiones

Para el número limitado de estructuras y modelos considerados, las siguientes tres reglas conducen a las mejores correlaciones entre las respuestas medidas y calculadas:

1. Los pórticos de concreto armado deben modelarse con rigidez de posfluencia endurecida según el modelo E, y rigidez de descarga variable según el modelo V.

2. El tipo de amortiguamiento viscoso a utilizar depende de la escogencia del tipo de rigidez inicial. En los modelos con rigidez inicial agrietada como el modelo A, se debe utilizar el amortiguamiento proporcional a la masa del tipo α , mientras que para los modelos con rigidez inicial no-agrietada como el modelo B, se debe considerar el amortiguamiento proporcional a la rigidez del tipo β .

3. La cantidad de amortiguamiento viscoso depende de las suposiciones sobre los efectos del deslizamiento por adherencia. Si se consideran valores de adherencia fuerte como en el modelo F, entonces el amortiguamiento corresponderá al 2%. Para valores de adherencia débil como en el modelo D, el amortiguamiento corresponderá al 5%.

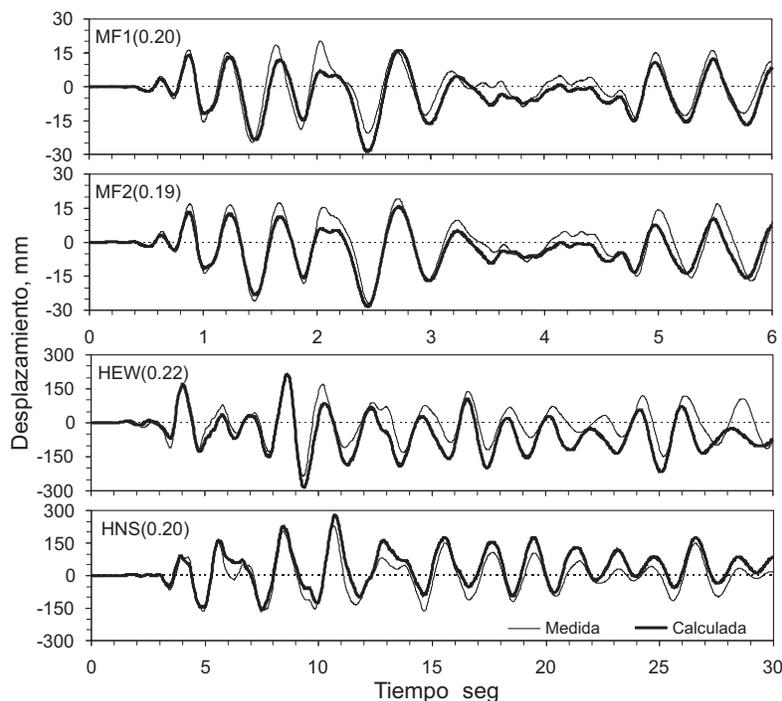


Figura 6. Historias de desplazamientos, modelo BEVD- β_5 .

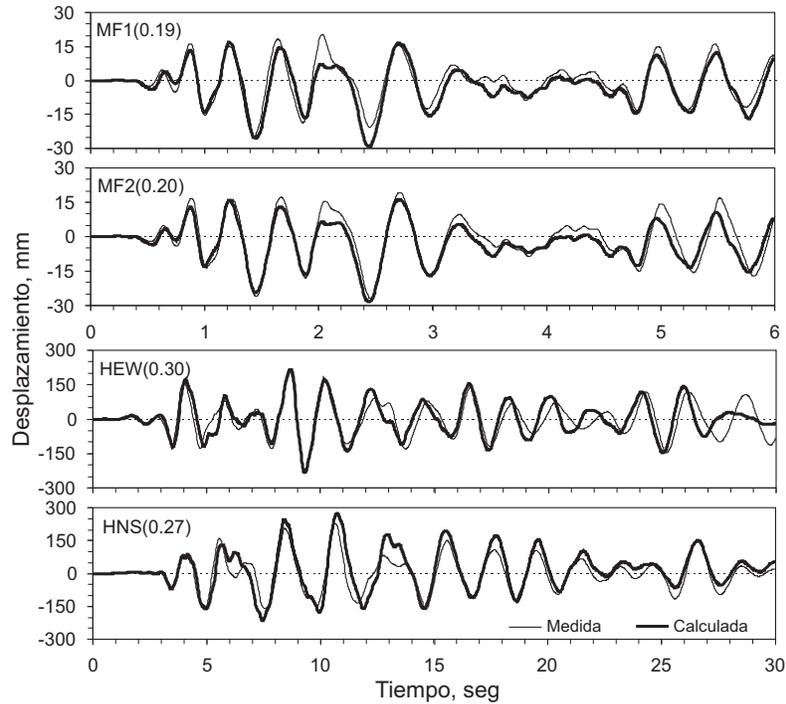


Figura 7. Historias de desplazamientos, modelo AEVF- α_2 .

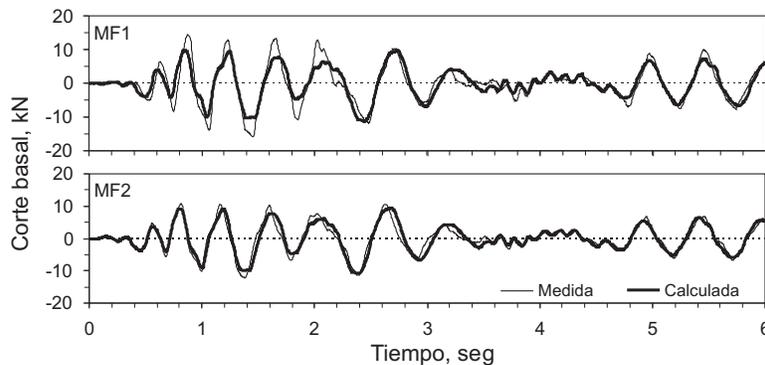


Figura 8. Historias de corte basal, modelo BEVD- β_5 .

De los 64 modelos considerados para cada estructura, estas reglas conducen a los modelos siguientes: BEVD- β_5 , BEVF- β_2 , AEVF- α_2 , y AEVD- α_5 , los cuales resultan en índices *FDE* promedios de: 0.20, 0.21, 0.24, y 0.27, respectivamente.

Agradecimientos

A Mete Sozen de "Purdue University" por facilitar la data experimental registrada en el simulador de terremotos de "University of Illinois". A

Jeff Dragovich de "Seattle University" por el desarrollo de los programas de procesamientos de señales.

Referencias Bibliográficas

1. Saiidi, M. and Sozen M. A. [1979]. "Simple and Complex Models for Nonlinear Seismic Response of Reinforced Concrete Structures", Structural Research Series N° 465, Civil Engineering Studies, University of Illinois, Urbana-Champaign.

2. Healey, T. J. and Sozen M. A. [1978]. "Experimental Study of the Dynamic Response of a Ten-Story Reinforced Concrete Frame with a Tall First Story", Structural Research Series N° 450, Civil Engineering Studies, University of Illinois, Urbana-Champaign.
3. Moehle, J. P. and Sozen M. A. [1978]. "Earthquake-Simulation Tests of a Ten-Story Reinforced Concrete Frame with a Discontinued First-Level Beam", Structural Research Series N° 451, Civil Engineering Studies, University of Illinois, Urbana-Champaign.
4. Browning, J. and Lepage, A. [1999]. "Discussion of Nonlinear Analyses of an Instrumented Structure Damaged in the 1994 Northridge Earthquake (by Li, Y. R. and Jirsa, J. O.)", Earthquake Spectra, Volume 15, No. 1, pp. 175-179.
5. Hognestad, E. [1951]. "A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members", Bulletin Series N° 399, University of Illinois, Engineering Experiment Station, Urbana-Champaign.
6. Takeda, T., Sozen, M. A., and Nielsen, N. N. [1970]. "Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes", Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 96, N° ST12, pp. 2557-2573.
7. Dragovich, J. [1996]. "An Experimental Study of Torsional Response of Reinforced Concrete Structures to Earthquake Excitation", Ph.D. Thesis Submitted to the Graduate College of the University of Illinois, Urbana-Champaign.

Recibido el 18 de Febrero de 2008

En forma revisada el 05 de Noviembre de 2008