

Computational calibration of an abrupt expansion as a flow meter

Janett B. Flores N.¹, Javier V. Goicochea P.²,
Alessandro D. Lucchese B.² y Juan A. Damia T.²

¹Laboratorio de Hidráulica, Escuela de Ingeniería Civil.

²Laboratorio de Simulación Computacional, Escuela de Ingeniería Mecánica.
Facultad de Ingeniería, Universidad del Zulia, Apartado 526. Maracaibo, Venezuela.
E-mail: jflores@luz.ve

Abstract

This paper establishes the conditions under which discharge and loss coefficients can be predicted, and the conditions which permit the use abrupt expansion as a measurement of flow. The prediction is done by a computer simulation based on Patankar's finite volume method, which resolves the continuity and quantity of movement equations for turbulent flow. The comparison of the results obtained with those available from other works, show that it is feasible to use abrupt expansion as a flow-meter and supports the effectiveness of the program utilized.

Key words: Flow meter, computational calibration, abrupt expansion, finite volume method.

Calibración computacional de una expansión brusca como medidor de flujo

Resumen

El presente trabajo establece las condiciones bajo las cuales pueden predecirse los coeficientes de descarga y pérdidas, que permitan utilizar una expansión brusca como medidor de flujo. La predicción se realiza usando un programa de simulación computacional basado en el método de los volúmenes finitos de Patankar, que resuelve las ecuaciones de Continuidad y Cantidad de Movimiento para flujo turbulento. Los resultados obtenidos, al compararlos con los disponibles de otras investigaciones, muestran la factibilidad de usar una expansión brusca como medidor de flujo y la efectividad del programa utilizado.

Palabras clave: Medidor de flujo, calibración computacional, expansión brusca, método de los volúmenes finitos.

Introducción

Los sistemas de tuberías usualmente incluyen accesorios para cambiar el diámetro de la tubería o la dirección del flujo, regular el caudal u otros objetivos. Un accesorio muy común es la expansión brusca (Figura 1), la cual permite conectar tubos de diferentes diámetros. Su presencia puede aprovecharse como medidor de flujo, evitando así la instalación de otro accesorio para tal efecto.

Una expansión brusca, para ser usada como medidor de flujo, amerita un estudio para establecer los coeficientes de descarga C_D y pérdidas K_L . C_D es definido como la razón entre el caudal real y el proporcionado por un análisis unidimensional para un fluido no viscoso; mientras que K_L representa la pérdida de carga, generada por la presencia de la expansión y normalizada con respecto a la energía cinética de salida, llamado coeficiente de pérdida local. El caudal real es el medido en los experimentos o el fijado en una simulación computacional.

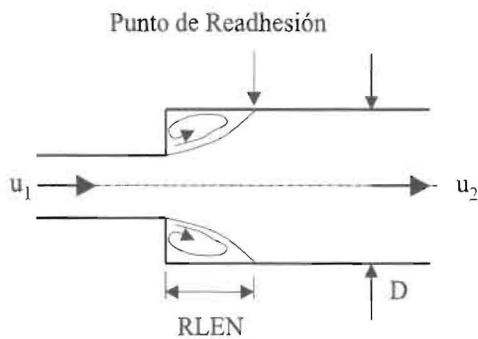


Figura 1. Expansión brusca.

Los coeficientes descritos se obtienen usualmente por un proceso de calibración experimental que requiere un número elevado de ensayos de un banco de prueba [1]. En este trabajo se propone realizar el proceso de calibración mediante un análisis computacional, usando un programa de simulación que resuelva el sistema de las ecuaciones de Continuidad y Cantidad de Movimiento para flujo turbulento [2, 3], obteniéndose los campos de flujo y presiones, para un caudal de entrada específico.

Al aplicar las ecuaciones de Continuidad y de Bernoulli se puede determinar el caudal "ideal" a partir del diferencial de presión de las tomas a la entrada y salida de la expansión, las cuales son ubicadas teniendo en cuenta los resultados computacionales [3]. Esto coincide con lo afirmado por Hansen [4] en su planteamiento sobre medidores de flujo: "... cualquier dispositivo que admita una relación entre el caudal real (experimental) y el caudal obtenido en función de la variación de presión, puede utilizarse como medidor". En efecto, relacionando el caudal real usado en el proceso de simulación, con el ideal se determina el coeficiente de descarga de la expansión. Además, considerando la diferencia de energía entre las tomas seleccionadas, también se predice el coeficiente de pérdidas.

A objeto de validar los resultados obtenidos, éstos son comparados con otros resultados experimentales y computacionales.

Modelo matemático

Ecuaciones gobernantes

Las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de un flujo turbulento,

- D: Diámetro mayor
 RLEN: Longitud de recirculación
 u_1 : Velocidad media de entrada
 u_2 : Velocidad media de salida

axisimétrico y permanente en coordenadas cilíndricas de un fluido de propiedades constantes son [3]:

- Ecuación de Continuidad:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho r v}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

- Ecuaciones de Cantidad de Movimiento:

a) En la dirección axial x :

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho r u^2) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v u) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

b) En la dirección radial r :

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho r u v) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v^2) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] - \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{2\mu_{ef} v}{r^2} \quad (3)$$

donde ρ es la densidad, μ_{ef} es la viscosidad efectiva, u y v son las componentes de velocidad en x y r , respectivamente, y P es la presión.

La viscosidad efectiva es la suma de las viscosidades laminar y turbulenta. La viscosidad turbulenta μ_T se determina con el modelo κ - ϵ por medio de la siguiente ecuación:

$$\mu_T = C_\mu \rho \frac{\kappa^2}{\epsilon} \quad (4)$$

donde C_μ es una constante, κ es la energía cinética turbulenta, y ϵ es la tasa de disipación de ésta. Las cantidades κ y ϵ se conservan de acuerdo a:

- Ecuación de energía cinética turbulenta (κ):

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho r u \kappa) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v \kappa) \right] = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(r \frac{\mu_T}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\mu_T}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial r} \right) \right] + \mu_T G - \rho \frac{\varepsilon}{\kappa} \quad (5)$$

donde G es la tasa de generación de la energía cinética turbulenta, dada por:

$$G = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2$$

- Ecuación de disipación de energía cinética turbulenta (ε):

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho r u \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v \varepsilon) \right] = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(r \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) \right] + C_1 \mu_T \frac{\varepsilon}{\kappa} G - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} \quad (6)$$

donde las diversas constantes [3] vienen dadas por:

C_μ	C_1	C_2	σ_κ	σ_ε
0.09	1.44	1.92	1.00	1.30

Geometría de la expansión

La geometría de la expansión en consideración (Figura 2) corresponde a la ensayada por Márquez y Ureña [1] en un análisis experimental para flujo turbulento con valores del número de Reynolds $Re(\rho u_2 D / \mu)$ entre 120.000 y 306.000.

Para el estudio se evaluaron tres expansiones, para las cuales el diámetro menor de la expansión mantuvo un valor constante e igual a

tres pulgadas y los diámetros mayores corresponden a cuatro, seis y ocho pulgadas, lo que conduce a relaciones de áreas entrada/salida (A_1/A_2) iguales a 0,56, 0,25 y 0,14, respectivamente. Las longitudes aguas arriba y aguas abajo de la expansión X_1 y X_2 , respectivamente, superan los 10 diámetros de la tubería respectiva, lo que garantiza el desarrollo del flujo en régimen turbulento [4].

Condiciones de contorno

Aguas arriba de la expansión se prescriben valores uniformes de u , κ y ε , y $v = 0$. Aguas abajo se considera flujo completamente desarrollado, suponiendo que la difusión viscosa es despreciable ante la convección, lo que matemáticamente puede expresarse como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \text{ para } \theta = u, v, \kappa \text{ y } \varepsilon.$$

La línea central presenta condiciones de simetría de $\frac{\partial \theta}{\partial r} = 0$ para $\theta = u, \kappa$ y ε , y $v = 0$.

En la pared de la tubería se establece la condición de no deslizamiento ($u = v = 0$). En la región cercana a la pared se emplea la función de pared, para obtener un valor adecuado del coeficiente difusivo.

Modelo Computacional

Programa computacional

El programa que se utiliza para la simulación es el PRODIC (PROgrama Difusivo Convectivo) [2], que es un programa abierto de propósitos generales, codificado en lenguaje Fortran, el cual resuelve el sistema de ecuaciones acopladas con-

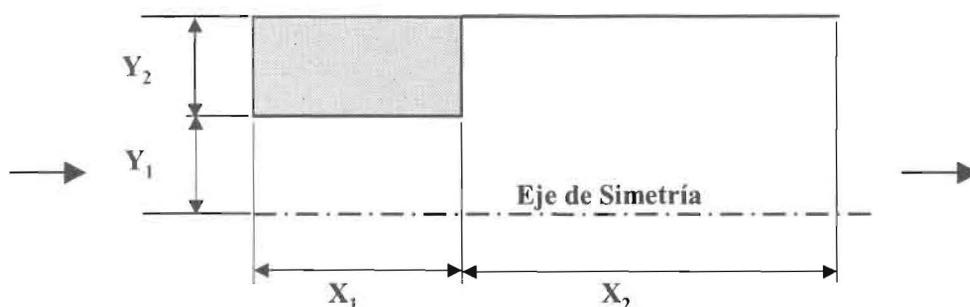


Figura 2. Geometría de la expansión.

tinuidad-cantidad de movimiento a través de un algoritmo en diferencias finitas aplicado a volúmenes de control llamado SIMPLE [5] y presenta una estructura semejante a la usada por Patankar [6].

El PRODIC está conformado por dos secciones; una sección invariable que contiene todos los aspectos generales y cálculos comunes a toda situación, y la sección adaptable por la cual el usuario establece las particularidades del problema de interés. Este programa discretiza las ecuaciones diferenciales vía volumen finito y emplea mallas desplazadas para las componentes de velocidad u y v , las cuales son calculadas en puntos sobre las caras del volumen de control principal, mientras que la presión P es calculada en el centro de dicho volumen (Figura 3).

Dominio de cálculo

El programa requiere de un dominio rectangular, por consiguiente a la zona sombreada en la Figura 2 se le especifica una viscosidad muy grande para asemejar un sólido. Así, el dominio de cálculo se divide en dos zonas axiales de longitud X_1 y X_2 y dos zonas radiales de longitud Y_1 y Y_2 , acorde a los radios de la expansión.

El tamaño óptimo de la malla, se estableció estudiando su efecto sobre el comportamiento de la longitud de la zona de recirculación, aguas abajo de la expansión (Figura 1). Para ello se consideraron varias mallas para la relación de área $A_1/A_2 = 0,56$, con un número de Reynolds de 235.000.

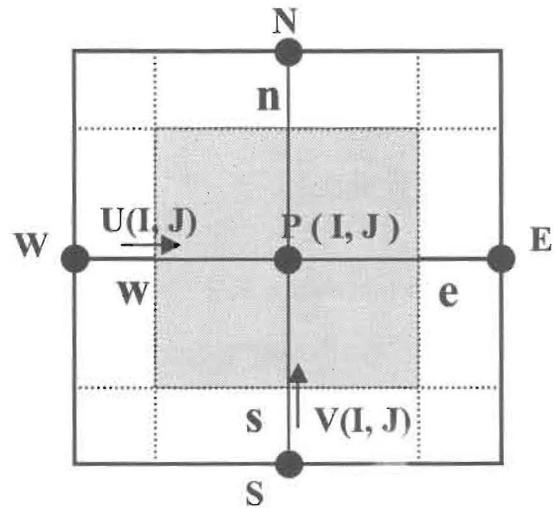


Figura 3. Volumen de control con malla desplazada.

La Figura 4 muestra el comportamiento de la relación $RLEN/D$ (Figura 1) para mallas uniformes y no uniformes, variando sólo el número de divisiones en la zona X_2 (Figura 2). Las pruebas realizadas, muestran que a medida que aumenta la densidad de la malla el valor de $RLEN/D$ tiende a 0,875 para mallas no uniformes, mientras que para las uniformes esta estabilización no se presenta.

La Figura 5 muestra el comportamiento de $RLEN/D$ para mallas no uniformes, variando tanto el número de divisiones en la zona X_2 , como en la zona X_1 (Figura 2). Nuevamente el valor del parámetro $RLEN/D$ tiende a 0,875 para todas las

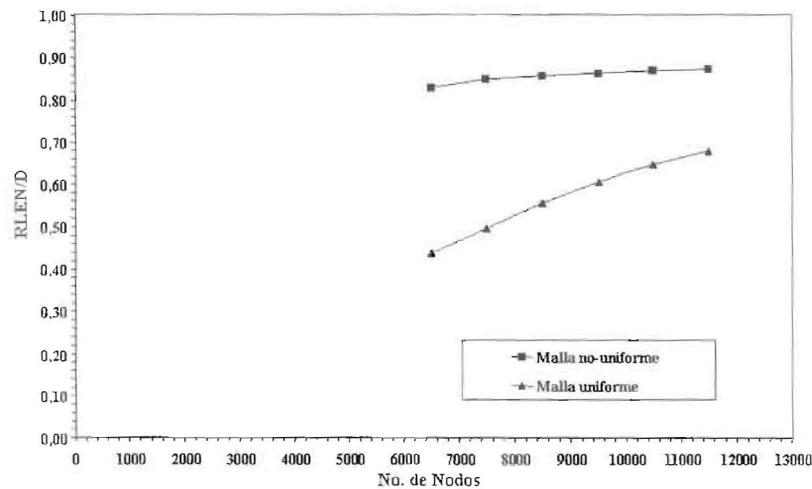


Figura 4. Parámetro $RLEN/D$ para mallas uniformes y no uniformes.

configuraciones estudiadas, lo cual ratifica la conveniencia de una malla no uniforme para la obtención de resultados independientes de la malla.

Adicionalmente, se estudió el comportamiento del cambio de presión DP a través de la expansión para las diversas configuraciones de la Figura 5, observándose que entre la malla menos densa (2.500 nodos) y la más densa (11.500 nodos), la variación del resultado obtenido es menor al 1%. Finalmente, las mallas usadas son uniformes en la dirección radial y no uniformes en la di-

rección axial, concentrándose los nodos en la región cercana al cambio de área (Tabla 1).

Criterio de convergencia

Se consideró que se había alcanzado la convergencia cuando tanto el balance global del flujo de masa, como el valor local máximo de la fuente de masa se estabilizaban alrededor de 1×10^{-7} y 1×10^{-5} ; respectivamente. Así, el número de iteraciones necesarias cambia de acuerdo a la relación de área: 4.000, 6.000 y 8.000 para relaciones de área de 0,56, 0,25 y 0,14, respectivamente.

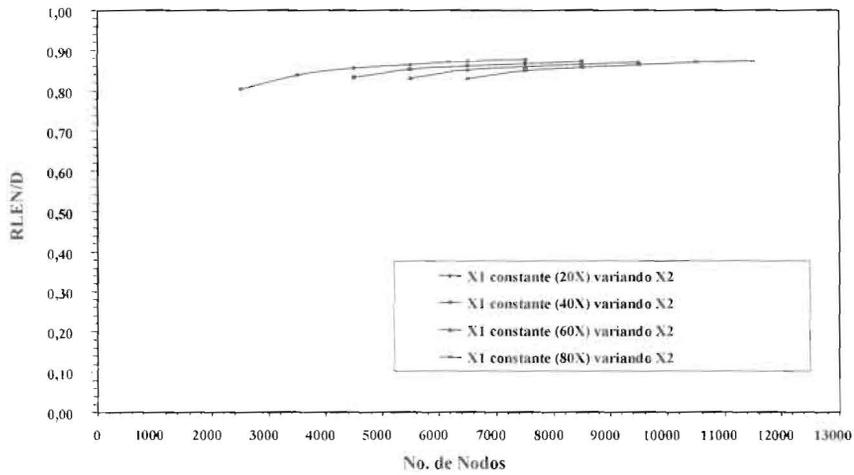


Figura 5. Parámetro RLEN/D para mallas no uniformes.

Tabla 1
Dimensionamiento de la malla

(A1/A2)	Zonas	Longitud de la zona (m)	Número de Divisiones
0,56	X ₁	0,80	80
	X ₂	1,50	150
	Y ₁	0,03896	38
	Y ₂	0,01217	12
0,25	X ₁	0,80	80
	X ₂	2,50	250
	Y ₁	0,03896	38
	Y ₂	0,038065	38
0,14	X ₁	0,80	80
	X ₂	3,00	300
	Y ₁	0,03896	38
	Y ₂	0,06354	62

Análisis y Comparación de Resultados

Determinadas las dimensiones de la malla, se ensaya la expansión con el programa computacional PRODIC, comparando los resultados con los del bien conocido programa comercial COMPACT-2D [7, 8], el cual aunque también basado en el método de volúmenes finitos, utiliza el algoritmo SIMPLER [5, 7]. Dicho programa ha sido usado exitosamente para contracciones bruscas [9] y cámaras (expansión-contracción) [10]. Luego se analizan los resultados computacionales [3] del PRODIC en contraposición con los experimentales disponibles.

PRODIC y COMPACT-2D

La validación del PRODIC, a través del COMPACT-2D se efectuó mediante dos ensayos, uno para $A_1/A_2=0,56$ y otro para $A_1/A_2=0,14$, observándose en ambos casos la diferencia de presión DP, con respecto a un punto aguas arriba de la expansión, y el coeficiente de descarga a lo largo de la línea central. La Tabla 2 muestra las

condiciones para cada ensayo y el tiempo real requerido para cada ejecución; puede observarse que el PRODIC por ser un programa más sencillo en su estructura requiere menos tiempo, a pesar de efectuar más iteraciones.

Los resultados conseguidos con el COMPACT-2D presentan una coincidencia considerable con los obtenidos a través del PRODIC, para los ensayos realizados. La Figura 6 muestra la diferencia de presión en función de la distancia L , medida desde el cambio de sección, para $A_1/A_2=0,56$. La mayor diferencia entre los resultados se encuentra para $2 < L/D < 4$, disminuyendo progresivamente hasta hacerse despreciable en $L/D = 9,5$.

La Figura 7 muestra el coeficiente de descarga C_D , para distintas ubicaciones L/D , observándose un comportamiento muy similar para ambos programas, y con $C_D \cong 1,25$ para $L/D > 6$.

PRODIC y resultados experimentales

La Tabla 3 muestra los intervalos de los números de Reynolds utilizados para cada expan-

Tabla 2
Relación PRODIC - COMPACT-2D

A_1/A_2	Número de Reynolds	Iteraciones		Tiempo Real Requerido	
		COMPACT-2D	PRODIC	COMPACT-2D*	PRODIC**
0,56	235.000	1.300	4.000	24 h	2 h
0,14	134.000	3.900	8.000	15 días	10 h

* PC Pentium, 100 Mhz, 16 Mb RAM. **PC Pentium II, 233 Mhz, 32 Mb RAM.

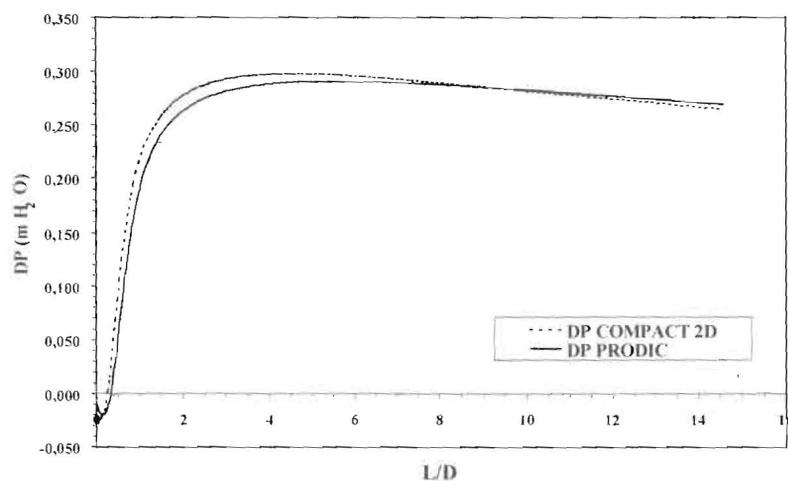


Figura 6. Diferencia de presión a lo largo de la expansión.

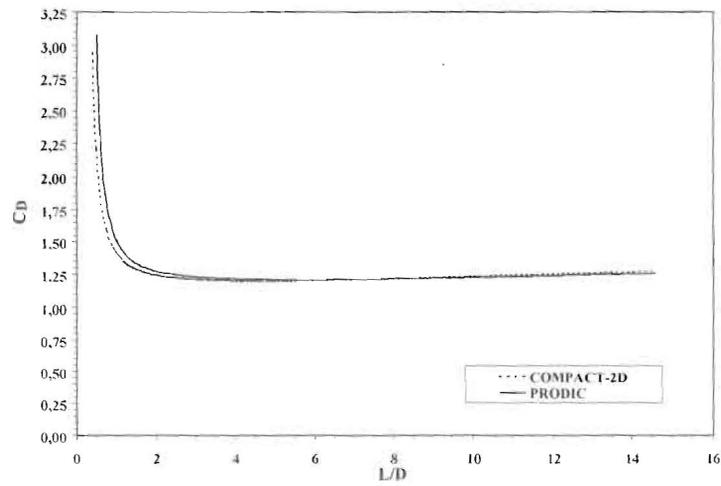


Figura 7. Coeficiente de descarga a lo largo de la expansión.

Tabla 3
Intervalo de los números de Reynolds

A_1/A_2	Rango de Re	
	Experimental	PRODIC
0,56	190.000-306.000	180.000-320.000
0,25	132.000-195.000	122.000-200.000
0,14	120.000-149.000	110.000-160.000

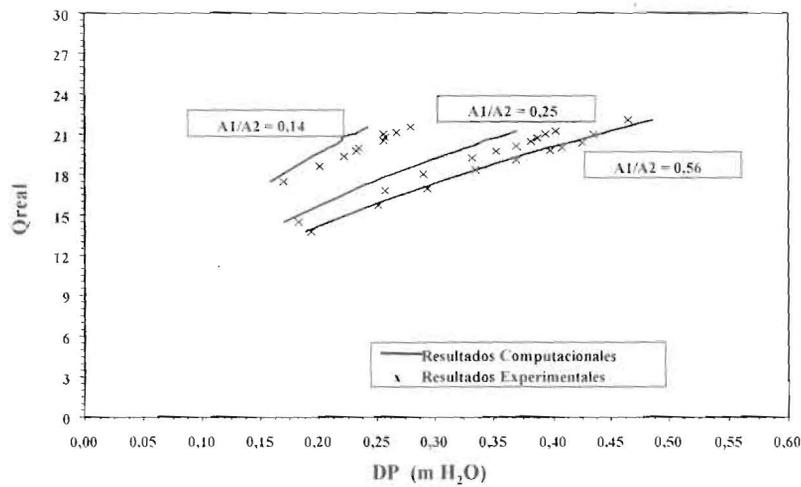


Figura 8. Caudal real vs Diferencia de presión.

sión en los ensayos experimentales [1] y computacionales [3], donde puede observarse que los intervalos computacionales son más amplios que los experimentales.

La Figura 8 muestra, para cada expansión estudiada, el comportamiento del caudal real (Q_{real}) en función de la diferencia de presión DP

entre una toma ubicada antes de la expansión y otra correspondiente a un L/D específico para cada relación de área: 8,12 para $A_1/A_2=0,56$, 5,39 para $A_1/A_2=0,25$ y 4,05 para $A_1/A_2=0,14$; valores sugeridos por el estudio experimental. Puede observarse que las predicciones computacionales tienen igual tendencia que las experimentales.

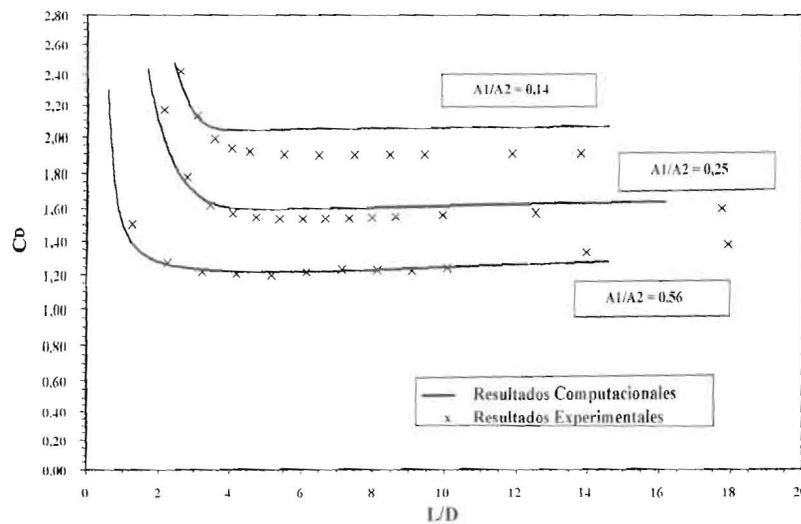


Figura 9. Coeficiente de descarga a lo largo de la expansión.

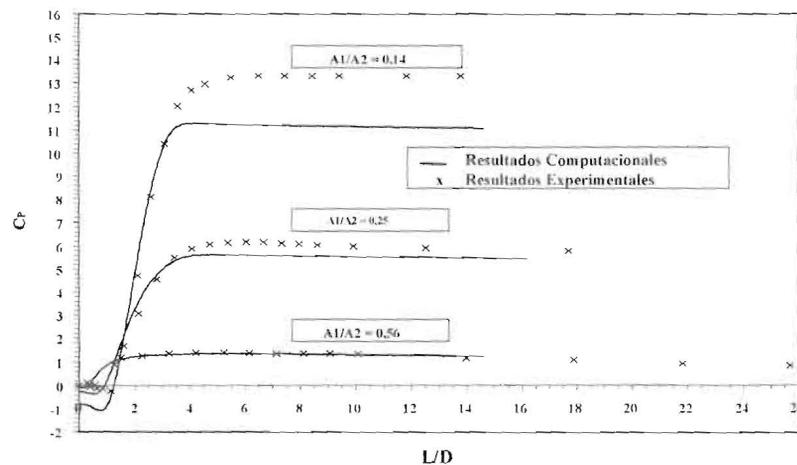


Figura 10. Coeficiente de presión a lo largo de la expansión.

les, con valores más cercanos en la mayor relación de áreas. La diferencia para relaciones de áreas menores está posiblemente asociada con el mayor tamaño de la zona de recirculación, lo cual intensifica los cambios en la corriente principal.

Al variar el Re , los resultados obtenidos indican que para el rango analizado, su efecto sobre C_D es pequeño. Por esto, la Figura 9 muestra la variación del C_D , promediado aritméticamente para los distintos Re considerados, con relación a L/D ; resultando que el comportamiento es el mismo para las distintas expansiones.

Se observa que luego de caer abruptamente, C_D se hace casi constante para un cierto intervalo de L/D , específico para cada expansión, aumentando luego ligeramente. La Tabla 4 muestra

A_1/A_2	Rango de L/D	C_D min
0,56	3,5 - 10	1,19
0,25	4 - 11	1,59
0,14	4,5 - 10	2,03

dicho intervalo y el valor mínimo de C_D alcanzado en el mismo.

Así, puede afirmarse que para $4,5 < L/D < 10$, cada expansión presenta un C_D aproximadamente constante. La contraparte experimental de este rango resultó $6 < L/D < 8$.

La Figura 10 muestra el comportamiento del coeficiente de presión C_p , definido como la di-