

Multiobjective optimum design of a two column radiator of central heating

Jerzy Kowalski

*Departamento Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería
Universidad de Concepción, Casilla 5-C. Chile*

Abstract

The paper describes the results of studies of the design model for a two-column radiator of central heating in tripleobjective optimization conditions. The optimization problem is reduced to finding the minimum of a scales function in a 8-dimensional space bounded by 7, 8 or 9 inequality constraints. It is investigated the permissible region, and it is obtained an approximate shape of corresponding area in the objective space. A set of the polyoptimum solutions has been determined satisfying the optimization criterion. One selected afterwards the solutions preferred for design realization from this set.

Key words: Optimum design, scales function, objective space.

Diseño óptimo multi-objetivo de un radiador de dos columnas de calefacción central

Resumen

El trabajo describe los resultados de estudios sobre el modelo de diseño de un radiador de dos columnas de calefacción central bajo las condiciones de optimización triple objetivo. El problema de optimización ha sido reducido a encontrar el mínimo de una función de escala en el espacio de 8 dimensiones limitando por 7, 8 ó 9 restricciones de desigualdad. Se investigó la región permisible y se obtuvo una forma aproximada del área correspondiente en el espacio de objetivos. Se determinó el conjunto de soluciones subóptimas satisfaciendo el criterio de optimización para diversos factores de escala. De este conjunto, se seleccionó las soluciones preferidas para realización de diseño.

Palabras claves: Diseño óptimo, función de escala, espacio de objetivos.

Introducción

En 1982 el autor llevó a cabo una investigación sobre el diseño óptimo de un radiador de dos columnas de calefacción central para construcción y fabricación por parte del OBRWISG (Centro de Investigación y Desarrollo de Productos de Instalación, Sanitarios y de Calefacción) en Radom, Polonia [1]. Como el criterio de optimización, el poder calorífico del radiador por unidad de masa ha sido supuesto. Se desarrolló, después este enfoque a la profundidad de cons-

trucción como una función objetivo, transfiriendo simultáneamente el poder calorífico del radiador por unidad de masa a las restricciones [2].

El objetivo de este trabajo es presentar el método de diseño óptimo de un radiador de dos columnas de calefacción central con una estructura dada que permite obtener el mejor comportamiento de compromiso para el producto. El poder calorífico del radiador por unidad de masa, la profundidad de construcción y el poder calorífico por unidad de longitud han sido tratados como los objetivos.

Como otro objetivo importante, se puede suponer el costo anual del radiador siendo la suma de costos de fabricación y operación. Sin embargo, esto requiere llevar a cabo un análisis económico detallado de producción y operación de radiadores. Lo que no interesó a los productores polacos.

Para aumentar el rendimiento de proceso de modelación del radiador, se usa la idea del sistema de modelación jerárquico en dos niveles para optimización de un objeto de diseño, controlado de acuerdo con los principios de clasificación de los modelos de productos [3]. El sistema de modelación se fundamenta en una secuencia ordenada de modelos de optimización, en la cual el modelo cuantitativo es un detalle minucioso del modelo analítico estructural.

El sistema de modelación jerárquico en dos niveles para optimización del radiador

Breve prediseño básico para el sistema de modelación

Breve diseño gráfico cubre la creación del modelo geométrico para el objetivo, la identificación de las variables, la selección del criterio de optimización y la asignación del modelo a la clase y la subclase respectiva.

La Figura 1 muestra el modelo geométrico del radiador incluso la identificación de las variables. Se tratan como las variables: las dimensiones medianas a, b de sección elíptica del canal de agua; la distancia w de nervios internos; la mitad distancia c de nervios externos; las alturas

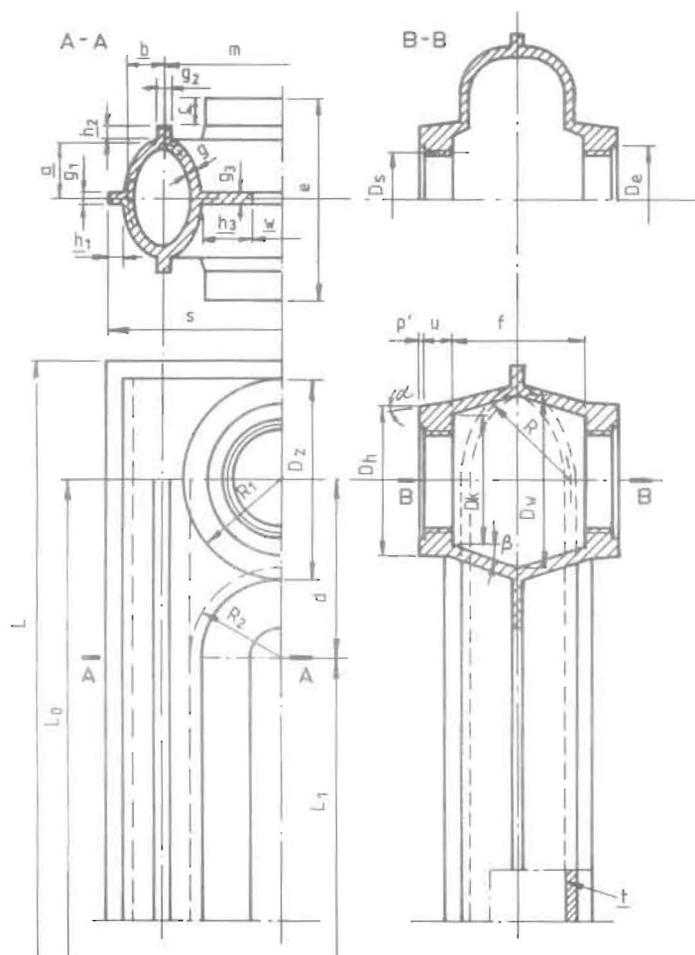


Figura 1. El modelo del radiador. a : Variable.

h_1, h_2, h_3 de nervios y la temperatura media t de pared.

Como ya se mencionó, el poder calorífico del radiador Q_m por unidad de masa, la profundidad de construcción s y el poder calorífico Q_1 por unidad de longitud han sido supuestos como los objetivos. Ellos están en un conflicto mutuo. Para formular los poderes caloríficos se usan las recomendaciones de Giblin [4] y Kwiatkowski [5]. Y se forma el criterio de optimización f en una función de escala aditiva adimensional [6].

Lo que se refiere a la asignación de modelo del radiador a la clase y la subclase respectiva, por el pequeño número de las variables, eso es un modelo del objeto uniforme, es decir, lo que no requiere la descomposición. Por otro lado, el modelo es completo, porque el criterio de optimización supuesto influye al objeto total.

El modelo analítico estructural

El modelo analítico estructural del objeto de diseño es un medio efectivo para determinar las relaciones estructurales básicas, las correlaciones entre los parámetros de material y los conjuntos de los parámetros no materiales ocurriendo en las restricciones [6]. Además da lugar a la creación del modelo cuantitativo, por lo cual este modelo es directamente sistematizado. Por la limitación de trabajo, se van a especificar las relaciones estructurales básicas que ocurren en la forma general del criterio de optimización y la matriz de la función de escala y en la matriz de las restricciones.

La forma general del criterio de optimización puede ser expresado como:

$$f(\vec{x}, \vec{p}) = \alpha_{Qm} \frac{Q_m(\vec{x}_{Qm}, \vec{p}_{Qm})}{Q_{m0}} + \alpha_s \frac{s_0}{s(\vec{x}_s, \vec{p}_s)} + \alpha_{Q1} \frac{Q_1(\vec{x}_{Q1}, \vec{p}_{Q1})}{Q_{10}} = max \tag{1}$$

donde la suma de los factores de escala

$$\alpha_{Qm} + \alpha_s + \alpha_{Q1} = 1 \tag{2}$$

El poder calorífico del radiador por unidad de masa se da por:

$$Q_m = Q_z / m_g \tag{3}$$

En donde Q_z , denota el calor externo, pero m_g es la masa del radiador. Se obtiene el calor externo de la fórmula siguiente:

$$Q_z = \sum_{i=1}^4 Q_{zi} \tag{4}$$

Aquí Q_{z1} denota la cantidad de calor interceptado en el espacio cubierto de superficie del elemento calentador (convección libre); Q_{z2} es la cantidad de calor interceptado de las superficies de cubos (convección forzada); Q_{z3} denota la cantidad de calor interceptado de la superficie externa (convección libre) y Q_{z4} es la cantidad total de calor pasado de superficies continuas y las grietas entre elementos (radiación térmica).

El poder calorífico del radiador por unidad de longitud se forma como:

$$Q_1 = Q_z / e \tag{5}$$

El vector de variables para los dos factores comparativos es:

$$\vec{x}_{Qm} = \vec{x}_{Q1} = \vec{x} = (\vec{x}_s, a, c, h_2, t) \tag{6}$$

donde el vector de variables para la profundidad de construcción

$$\vec{x}_s = (b, w, h_1, h_3) \tag{7}$$

El vector de parámetros para el poder calorífico del radiador por unidad de masa puede ser expresado como:

$$\vec{p}_{Qm} = \vec{p} = (\rho, \beta_1, p', u, \alpha, \vec{p}_{Q1}) \tag{8}$$

donde el vector de parámetros para el poder calorífico por unidad de longitud

$$\vec{p}_{Q1} = (l_0, D_h \wedge D_e \wedge D_s, g, g_2, g_3, t_w, \gamma_p, C_p, \beta^*, \xi_m, \lambda, \epsilon, \sigma) \tag{9}$$

Aquí ρ denota la densidad de masa de material del radiador, t_w es la temperatura de aire en admisión; γ_p es el peso específico de aire,

β^* es el factor de dilatación volumétrica de aire; ξ_m denota al factor de resistencias locales durante flujo de aire; λ es el factor de resistencia de rozamiento durante flujo de aire, ϵ denota el grado de poder emisorio para superficie del radiador y σ es la constante Boltzmann.

El vector de parámetros para la profundidad de construcción se da por:

$$\bar{p}_s = p_s = g \quad (10)$$

En la ec. (1), se denotan los comportamientos del diseño existente inicial como Q_{m0} , S_0 , Q_{10} , respectivamente.

La matriz de la función de escala (Tabla 1) capacita para determinar la cantidad de acoplamientos por las variables en componentes particulares de la función de escala, así como su repetición en el conjunto de componentes. Está casi totalmente llena.

Por su parte, la matriz de las restricciones determina las relaciones estructurales que ocurren entre restricciones particulares y las siguientes variables. La región permisible ha sido determinado por las siguientes restricciones:

- $W_{1,2}$ = Condiciones que determinan el cumplimiento de ecuación del balance térmico con un error supuesto, basándose en [4,5].
- W_3 = Condición de esfuerzos para la pared de canal agua.
- W_4 = Condición de diseño limitando la altura máxima del radiador
- W_5 = Condición de diseño limitando el ángulo mínimo de inclinación de cuádriga para canal lateral.
- W_6 = Condición que limita la superficie calorífico convencional [5]
- W_7 = Condición de diseño para el diámetro externo del cubo.
- W_8 = Condición especial que limita el poder calorífico del radiador por unidad de masa en el nivel de la construcción existente/inicial para $\alpha_{qm} = 0$
- W_9 = Condición especial que limita la profundidad de construcción del radiador en el

nivel de la construcción existente/final para $\alpha_s = 0$

W_{10} = Condición especial que limita el poder calorífico del radiador por unidad de longitud en el nivel de la construcción existente/final para $\alpha_{q1} = 0$

La matriz de las restricciones (Tabla 2) se caracteriza por la cantidad media de acoplamientos para las variables particulares.

El modelo cuantitativo

Utilizando los principios generales para transformación de los modelos dados en la forma gráfica y auxiliados por las fórmulas matemáticas generales para detalle minucioso del criterio de optimización y de las restricciones [3], se formula el modelo cuantitativo para el radiador. En este modelo se cuantifican todas las clases de relaciones como la formulación matemática, es decir, igualdades y desigualdades.

Por la limitación de trabajo, no es posible presentar los elementos típicos del modelo cuantitativo. Algunas fórmulas detalladas se dan en [1].

El problema de optimización del radiador ha sido reducido a encontrar el mínimo de una función de escala no lineal en un espacio de 8 variables, limitando por 7,8 ó 9 restricciones de desigualdad incluso 2 ó 3 lineales.

Ejemplo numérico:

Se considera un radiador polaco hecho de fundición gris ZI200 (ASTM 30) con los siguientes parámetros básicos de diseño y térmicos [1,5]:

- * Distancia de cubos $L = 500$ mm.
- * Longitud máxima del radiador $L_{m\acute{a}x} = 600$ mm.
- * Diámetro medio del agujero roscado de cubo $D_s = 40.333$ mm (1 1/4").
- * Temperatura de agua en entrada $t_{ww} = 368$ K.
- * Temperatura de agua en salida $t_{wk} = 343$ K.
- * Temperatura de aire en admisión $t_w = 293$ K.
- * Cantidad de calor normalizada para las condiciones nominales $(Q_z)_w = 505.905$ W.
- * Superficie de calor convencional mínimo $F_{gmin} = 0.285$ m².

Tabla 1
La matriz de la función de escala para el radiador

Variable	a	b	w	c	h ₁	h ₂	h ₃	t
Comp. función de escala								
Q _m	x	x	x	x	x	x	x	x
s		x	x		x		x	
Q _L	x	x	x	x	x	x	x	x

Tabla 2
La matriz de las restricciones para el radiador

Variable	a	b	w	c	h ₁	h ₂	h ₃	t
Restricción								
W _{1,2,6,8,9}	x	x	x	x	x	x	x	x
W ₃	x	x						
W ₄	x							
W ₅	x			x		x		
W ₇	x		x				x	
W ₁₀		x	x		x		x	

Los parámetros de materia y restantes se dan en [1].

Por un análisis resultó que la construcción existente satisface todas las restricciones. Esto permitió establecer el punto de partida para una computadora como sigue

$$\vec{x}_0 = (21,13,5,24,11,7,6,20,347) \tag{11}$$

Los comportamientos para la construcción existente son

$$Q_{m0} = 25.446768 \text{ W/kg}, s_0 = 140 \text{ mm y}$$

$$Q_{l0} = 1928.9972 \text{ W/m.}$$

Los límites de las variables (tratándolas como discretas) fueron creados, acercando el punto de partida en un espacio de 8 dimensiones por un paralelepípedo. Mientras formulaban los límites de variables, han sido usadas las recomendaciones tecnológicas y de montaje, limitando la distancia mínima de nervios.

Considerando la característica discreta de las variables y la región permisible relativamente pequeño, se usó para resolver el modelo cuantitativo del radiador, el método de optimización orientado al problema basándose en la búsqueda sistemática.

El modelo ha sido resuelto por el Dr. Konrad Pylak, Universidad Politécnica de Lublin, Polonia, para 11 relaciones de factores de escala. El vector de escala se da por:

$$\vec{l} = \{\alpha_{Q_m}, \alpha_s, \alpha_{Q_l}\} = \{1,0,0,9,0,1; \dots, 0,1,0,9,0,1\} \tag{12}$$

Si han sido obtenido 66 soluciones, pero el número de soluciones subóptimas no repetidos es igual a 16 incluso las tres que no satisfacen las condiciones especiales. Por su parte, sólo 5 soluciones se caracterizan por todos los factores de objetivos mejores que la construcción existente. Ellas han sido dadas en la Tabla 3.

Basándose en el principio de beneficio máximo [7], se seleccionó la solución \vec{x}_7 como la

Tabla 3
Las características de las soluciones subóptimas satisfactorias

Solución	Comps. función de escala			Masa Kg
	Q_m , W/kg	s, mm	Q_1 , W/m	
\bar{x}_1	26.737440	136	1973.5045	5.610
\bar{x}_2	26.486246	124	1950.1306	5.448
\bar{x}_4	26.599239	128	1964.6544	5.466
\bar{x}_7^*	26.487982	136	2097.3096	5.543
\bar{x}_{13}	26.452290	138	2099.3523	5.555

‡ La solución subóptima preferida

subóptima preferida. Cabe mencionar que eso es el resultado de optimización más repetido (para 20 conjuntos de los factores de escala). El vector de variables respectivo es:

$$\bar{x}_7 = (18,155,20,10,7,5,16,347,6) \quad (13)$$

Para comparación, los vectores de variables para las soluciones subóptimas restantes listadas en la Tabla 3, son como siguen:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= (18,155,20,13,7,5,16,347,6) \\ \bar{x}_2 &= (18,12,5,20,10,7,7,16,347) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\bar{x}_4 = (18,13,5,20,11,7,6,16,347,3)$$

$$\bar{x}_{13} = (18,155,22,10,7,5,16,347,6)$$

La solución subóptima preferida nos lleva al aumento del poder calorífico del radiador por unidad de masa en un 4.09% (1.041212 W/kg), la reducción de la profundidad de construcción en un 2.86% (4mm) y el aumento del poder calorífico por unidad de longitud en un 8.72% (168.3124 W/m). Esto corresponde a la reducción de masa del radiador en un 8.59% (0.521 kg). Lo que permite obtener un ahorro significativo de material para producción en serie de radiadores.

Las restricciones más activas para las soluciones mencionadas son W_2 , W_4 , W_8 .

La Figura 2 muestra las secciones típicas de la región permisible para la construcción

existente (a) y la subóptima preferida (b). Las líneas de las restricciones activas han sido marcadas. Por su parte las líneas interrumpidas representan las condiciones especiales válidas para la optimización simple y doble objetiva. Generalmente, la región permisible pareció estrecho.

Por su parte, la Figura 3 muestra las curvas de nivel de secciones $Q_m = \text{constante}$ del espacio objetivos. El punto \bar{a}_7 denota el vector de calidad de la constancia subóptima preferida.

Conclusiones

Los resultados obtenidos han confirmado la calidad de objetivo del enfoque de optimización multiobjetiva aplicado al diseño del radiador. El autor plantea extenderlo a la selección de forma óptima del canal agua, utilizando los métodos matemáticos de optimización de forma.

Referencias Bibliográficas

1. Kowalski, J.; Galas J.: Optimum design of two-column radiator of central heating by nonlinear programming. *Strojarstvo*. Vol. 26, No. 2 (1984), 69-75
2. Del Rio, S.: Diseño óptimo de un radiador de calefacción central por la profundidad de construcción. UAZ. Escuela de Ingeniería, 1987 (Tesis de Grado).
3. Kowalski, J.: An operation strategy for mathematical modeling in optimum design

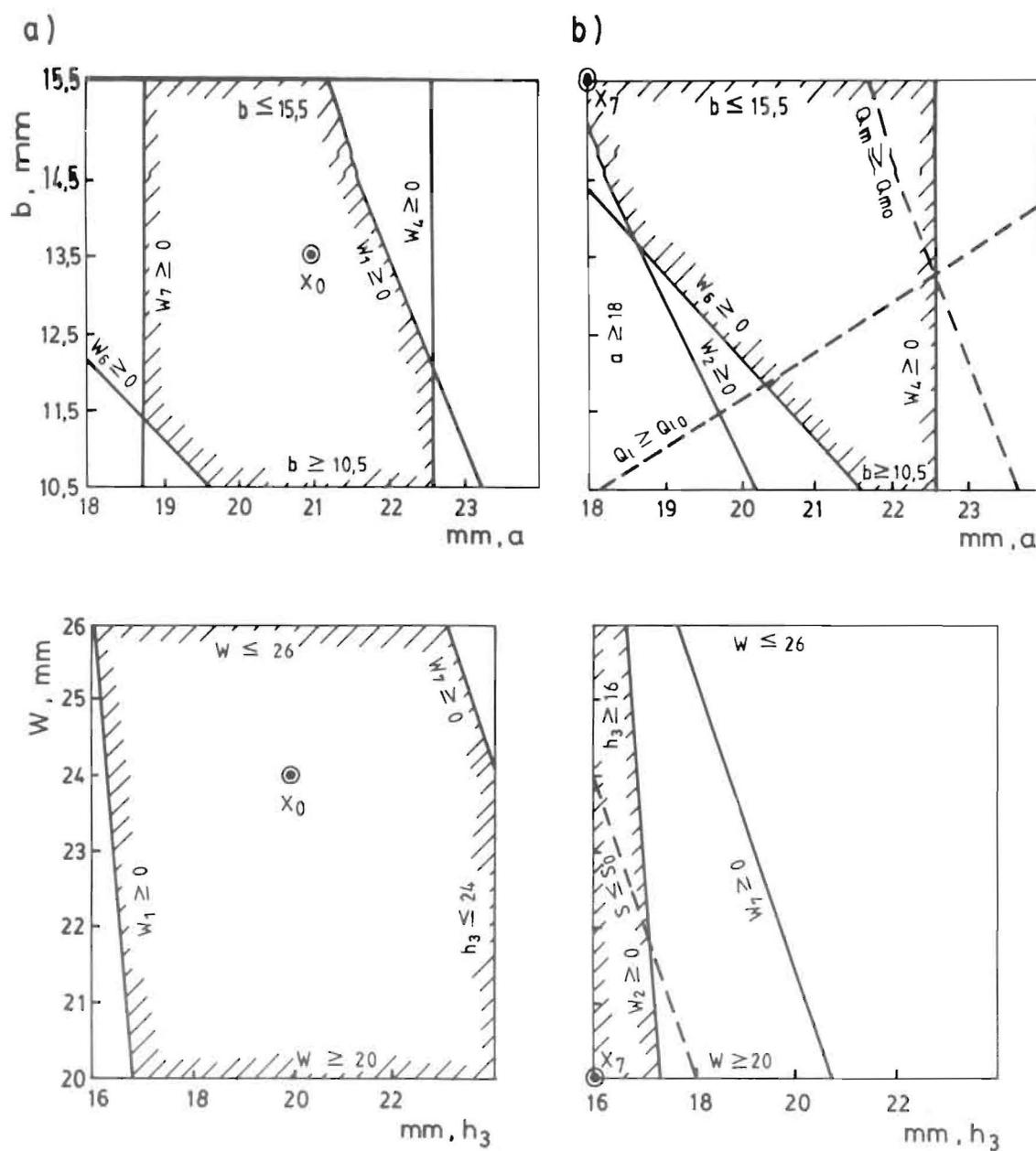


Figura 2. Las secciones típicas de la región permisible para el radiador existente (8a) y el diseño subóptimo preferido (b).

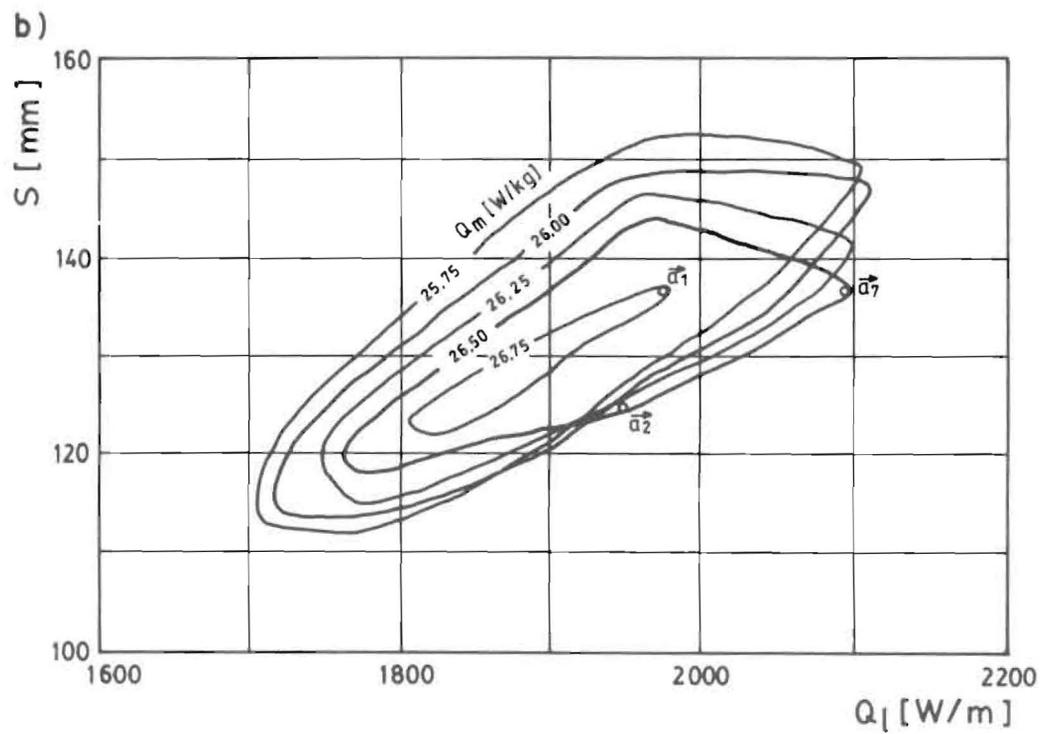
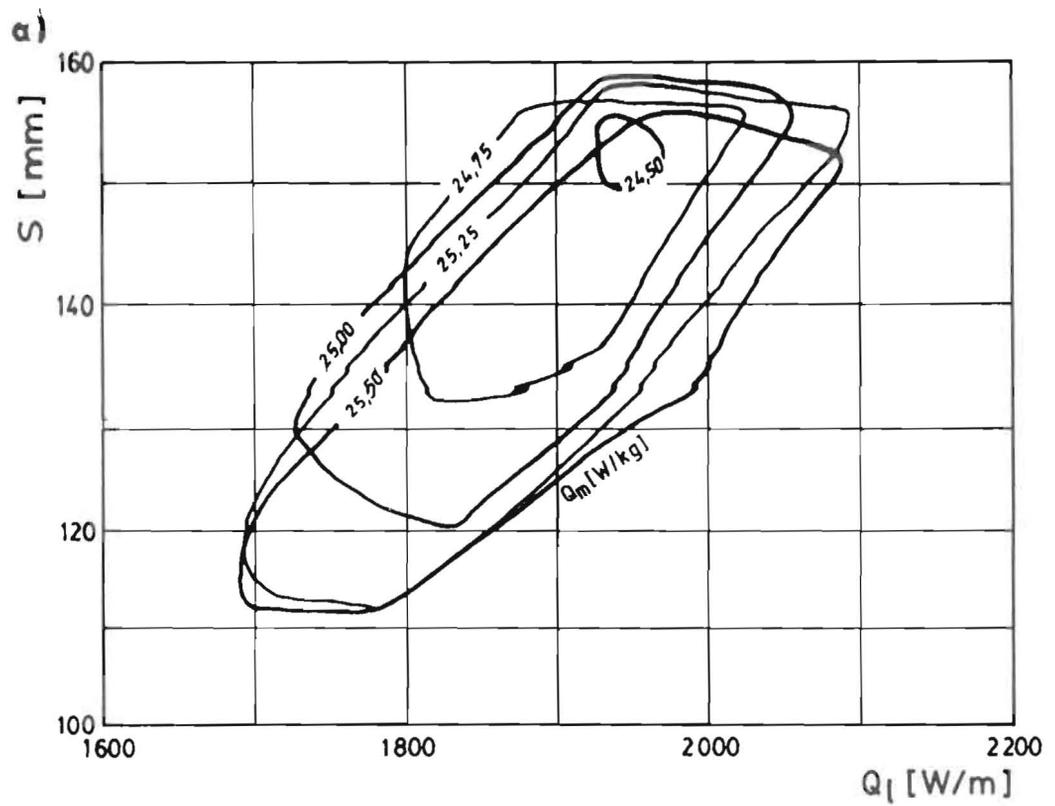


Figura 3 Las curvas de nivel de secciones $Q_m = \text{constante}$ del espacio
Objetivos: (a) para $Q_m < 25.5$ W/kg; (b) para $Q_m > 25.5$ W/kg.

- of machine construction. ASME JI Mech. Transmiss. Automn. Des. Vol. 107, No. 4 (1985) 453-476.
4. Giblin, R.: Transmission de la chaleur pour convection naturelle. Eyrolles. Paris, 1974.
 5. Kwiatkowski, J.: Procesos de intercambio de calor en los radiadores de convección para calefacción central (en polaco). Universidad Politécnica de Lublín. Lublín, 1978.
 6. Kowalski, J.: Design object optimizational analytic-structural model. Mechanism and Machine Theory Vol. 18, No. 5 (1983), 339-348.
 7. Kowalski, J.: Studies of strategy selection for multiobjective optimum machine design. Eur. JI. Mech. A. Vol. 9 No. 4 (1990), 587-600.

Recibido el 30 de Julio de 1993

En forma revisada el 11 de Enero de 1995