

DEPÓSITO LEGAL ZU2020000153

ISSN 0041-8811

E-ISSN 2665-0428

Revista de la Universidad del Zulia

Fundada en 1947
por el Dr. Jesús Enrique Lossada



Ciencias del
Agro,
Ingeniería
y Tecnología

Año 13 N° 36

Enero - Abril 2022

Tercera Época

Maracaibo-Venezuela

Análisis numérico comparativo para la determinación del peso de naves industriales

Milton Bolívar Guerrón-Figueroa *

David Patricio Guerrero-Cuasapaz **

Diego Fernando Loachamin-Chano ***

RESUMEN

Por medio de este artículo, se realiza una investigación sobre la aplicación del análisis numérico a cálculos estructurales tomando como base una muestra, en la que están determinadas algunas métricas que describen su comportamiento, como por ejemplo su peso; con estos valores se obtiene un polinomio que describe el modelo representado en una curva, que puede lograrse a través de una interpolación o regresión. Para la obtención del polinomio por interpolación se aplicaron los métodos numéricos de: diferencias divididas de Newton, Lagrange y trazadores o splines; se los graficó en forma independiente, luego se agrupó para analizar su comportamiento. Con la regresión se aplicó el método de mínimos cuadrados para obtener el polinomio y representar su curva. Con todos los polinomios obtenidos se trazaron todas sus curvas, consolidándolas en un solo gráfico, en el que se analiza la categoría y método más recomendado del análisis numérico, tomando en cuenta los errores encontrados.

PALABRAS CLAVE: Análisis numérico; cálculo; industria; regresión.

*Investigador independiente. Quito, Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4136-9483>.

**Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Politécnica Salesiana. Quito, Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8547-906X>. E-mail: dguerrero@ups.edu.ec

*** Investigador independiente. Quito, Ecuador. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2533-7577>.

Recibido: 01/11/2021

Aceptado: 17/12/2021

Comparative numerical analysis to determine the weight of industrial warehouses

ABSTRACT

Through this article, an investigation about the application of numerical analysis to structural calculations is carried out based on a sample, in which some metrics that describe its behavior are determined, such as its weight, with these values a polynomial is obtained that describes the represented model on a curve, which can be obtained through interpolation or regression. To obtain the polynomial by interpolation, the numerical methods of: Newton's divided differences, Lagrange and tracers or splines were applied, they were graphed independently, then they were grouped to analyze their behavior. With the regression, the least-squares method was applied to obtain the polynomial and represent its curve. With all the polynomials obtained, all their curves were drawn, consolidating them in a single graph, in which the most recommended category and method of numerical analysis is detailed, taking into account the mistakes found.

KEYWORDS: Numerical analysis; calculus; Industry; regression.

Introducción

Actualmente, el análisis numérico constituye una parte esencial dentro de la educación matemática para ingenieros, pues está ligado a distintos campos del conocimiento (Faure et al., 2018). Los problemas en Ingeniería se les puede resolver mediante la aplicación de diversas metodologías, donde destacan los métodos numéricos, que proporcionan una serie de puntos a favor en la comprensión de los fenómenos, con un buen equilibrio entre tiempo, costo y calidad (Araujo, 2017; Muñoz, 2020).

Con los métodos numéricos, que no son más que aplicaciones de algoritmos, se formulan y solucionan problemas matemáticos de tal forma que sean resueltos con operaciones aritméticas elementales, las cuales producen soluciones aproximadas de mucha relevancia, puesto que la precisión que se requiere determina la cercanía a una solución exacta de un problema (Roa, 2018; Ávila, 2016).

Dentro de la Ingeniería civil, y principalmente en el campo de la construcción, se deben elaborar presupuestos que tengan una buena estructuración para conseguir una correcta

ejecución de un determinado proyecto. Por lo tanto, se debe realizar un análisis y diseño sismorresistente de la estructura (Guerrero, 2019), como en el caso específico de las naves industriales, en las cuales se deben obtener las cantidades de los materiales, como por ejemplo el peso del acero.

En consecuencia, en la presente investigación se planteó utilizar los resultados del índice peso sobre área obtenidos de un análisis y diseño estructural de un grupo de naves industriales (Loachamin et al., 2021), que tienen características particulares en cuanto a longitud, altura y separación entre pórticos, para posteriormente aplicar varios métodos numéricos que permitieron observar entre estos, cuál es el más cercano al determinado por el análisis estructural previo.

1. Materiales y Métodos

1.1. Análisis numérico del peso de naves industriales

El objetivo fundamental de esta investigación fue realizar un análisis numérico (Cortés et al., 2019) de las métricas obtenidas en el artículo Loachamin et al., (2021); se realizó un ajuste de las curvas de cada una de las variantes de la nave industrial, tales como: altura de columna, longitud y separación de pórticos, como se indica en la figura 1. La altura de las naves industriales varió desde 6 a 9 m, mientras que la luz libre de pórticos fue de 15 a 35 m, y por último se indica que la separación entre pórticos que se utilizó en la presente investigación fue de 6 m.

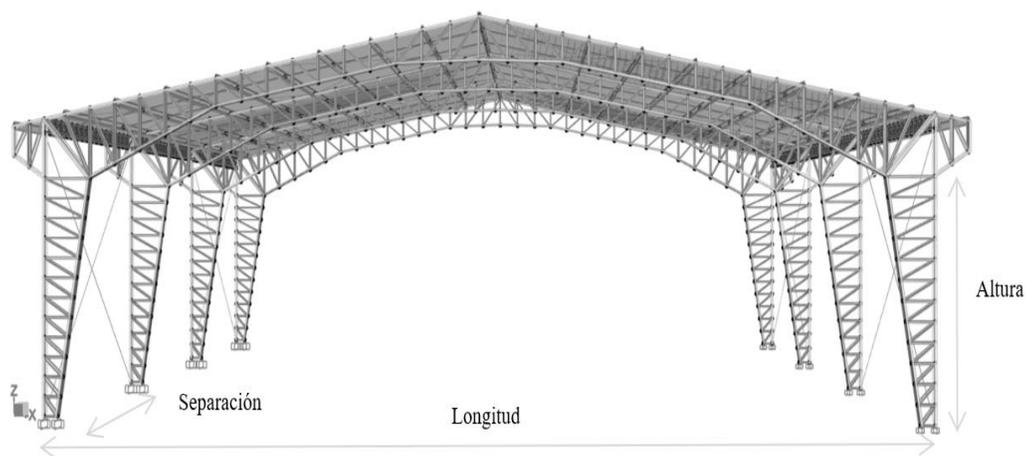


Figura 1. Características geométricas de nave industrial.

Una de las consideraciones que se tomaron en esta investigación fue el peso obtenido en cada una de las variantes, que constituyó una base de datos para el análisis numérico.

1.2. Ajuste de curvas

Es común que los datos se den como valores discretos a lo largo de un continuo. Sin embargo, quizás se requiera la estimación de un punto entre valores discretos (Chapra & Canale, 2015)

Existen dos métodos generales para el ajuste de curvas que se distinguen entre sí al considerar la cantidad de error asociado con los datos. Primero, si los datos exhiben un grado significativo de error o “ruido”, la estrategia será obtener una sola curva que represente la tendencia general de los datos.

Como cualquier dato individual puede ser incorrecto, no se busca intersecar todos los puntos. En lugar de esto, se construye una curva que siga la tendencia de los puntos tomados como un grupo. En la figura 2 se indica un procedimiento de este tipo que se denomina regresión por mínimos cuadrados (Chapra & Canale, 2015).

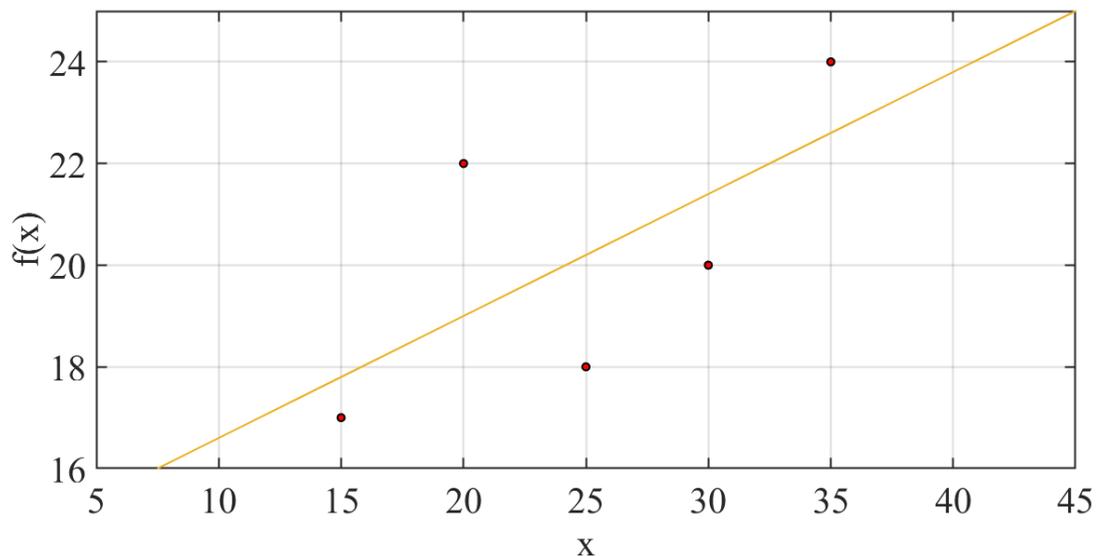


Figura 2. Intento de ajustar una curva por mínimos cuadrados.

Segundo, si se sabe que los datos son muy precisos, el procedimiento básico será colocar una curva o una serie de curvas que pasen por cada uno de los puntos en forma directa. La

estimación de valores entre puntos discretos bien conocidos se llama interpolación, como se muestra en la figura 3. La unión de los puntos se la puede realizar por rectas o por curvas.

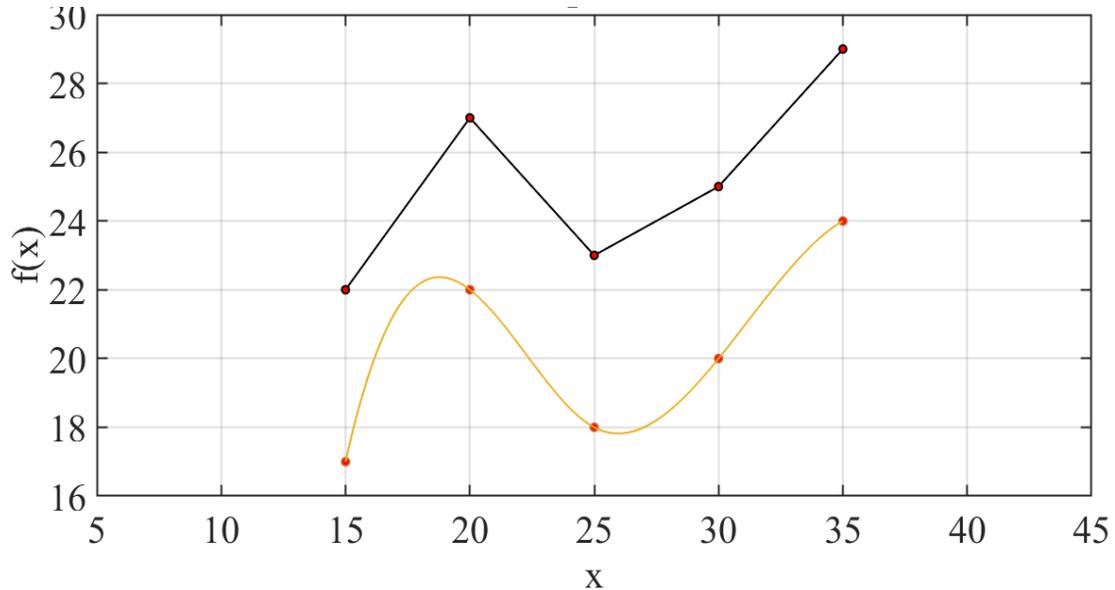


Figura 3. Intentos de ajustar una curva por interpolación lineal y curvilínea.

En la investigación se ajustó las curvas de los pesos de las naves industriales por interpolación y por regresión.

1.3. Ajuste por interpolación

La interpolación polinomial consiste en determinar el polinomio único de n -ésimo grado que se ajuste a $n+1$ puntos asociados con datos. Este polinomio, entonces, proporciona una fórmula para calcular valores intermedios. Aunque hay uno y sólo un polinomio de n -ésimo grado que se ajusta a $n+1$ puntos, existe una gran variedad de formas matemáticas en las cuales puede expresarse este polinomio (Chapra & Canale, 2015). En esta investigación se realizaron tres métodos, donde cada una de ellas tiene su información, dependiendo del tipo de proceso que se vaya a analizar. Los métodos numéricos para la interpolación fueron: Newton, Lagrange y Splines.

1.4. Interpolación polinomial de Newton en diferencias divididas

Sea f_n una variable discreta de n elementos y sea x_n otra variable discreta de n elementos los cuales corresponden, por parejas, a la imagen u ordenada y abscisa de los datos que se quieran interpolar (Chapra & Canale, 2015), como se pueden observar en las ecuaciones 1 a 4:

$$f(x_k) = f_k, \quad k = 1, \dots, n \quad (1)$$

El polinomio de grado $n-1$ resultante tendrá la forma:

$$\sum_{j=0}^{n-1} a_j g_j(x) \quad (2)$$

Definiendo $g_j(x)$ como:

$$g_j(x) = \prod_{i=0}^{j-1} (x - x_i) \quad (3)$$

y definiendo a_j como:

$$\begin{aligned} a_0 &= f[x_0], a_1 = f[x_0, x_1], \dots, a_j \\ &= f[x_0, x_1, \dots, x_{j-1}, x_j] \end{aligned} \quad (4)$$

Los coeficientes a_j son las llamadas diferencias divididas.

Aplicando este método a los pesos obtenidos en Loachamin et al., (2021) a las naves industriales de 6 m, 7 m, 8 m y 9 m de altura de las columnas, con separación de 6 m en cada una de ellas, y realizando scripts en (Matlab, 2020), se obtuvieron los polinomios tal como se observa en tabla 1.

Utilizando la variable independiente, en este caso la luz libre (m), se tuvo como resultado los pesos de las naves industriales que se indica en la Tabla 2 y representados en graficas como se muestra en la figura 4.

Tabla 1. Polinomios obtenidos por el método de diferencias divididas de Newton.

Altura de columnas (m)	Polinomio para modulación de 6,00 m
6	$-0,00005202X^4 + 0,00502247X^3 - 0,169699X^2 + 2,5608983X + 4,0668$
7	$-0,00005772X^4 + 0,00580293X^3 - 0,204101X^2 + 3,161547X + 2,2153$
8	$-0,00004244X^4 + 0,0040833X^3 - 0,134701X^2 + 1,96191X + 10,8714$
9	$-0,00003574X^4 + 0,0037254X^3 - 0,1344605X^2 + 2,142535X + 10,5911$

Tabla 2. Pesos de las estructuras obtenidos por el método de diferencias divididas de Newton.

Luz libre (m)	Altura columna 6 m Peso (kg/m ²)	Altura columna 7 m Peso (kg/m ²)	Altura columna 8 m Peso (kg/m ²)	Altura columna 9 m Peso (kg/m ²)
15	18,6153233	20,3785938	21,6249375	23,2394015
20	19,261726	20,99408	22,1052	23,742402
25	20,1831638	21,8147563	22,9544625	24,3651025
30	21,635139	23,29672	24,3705	25,489103
35	23,0928543	25,0302688	25,9144875	26,9599035

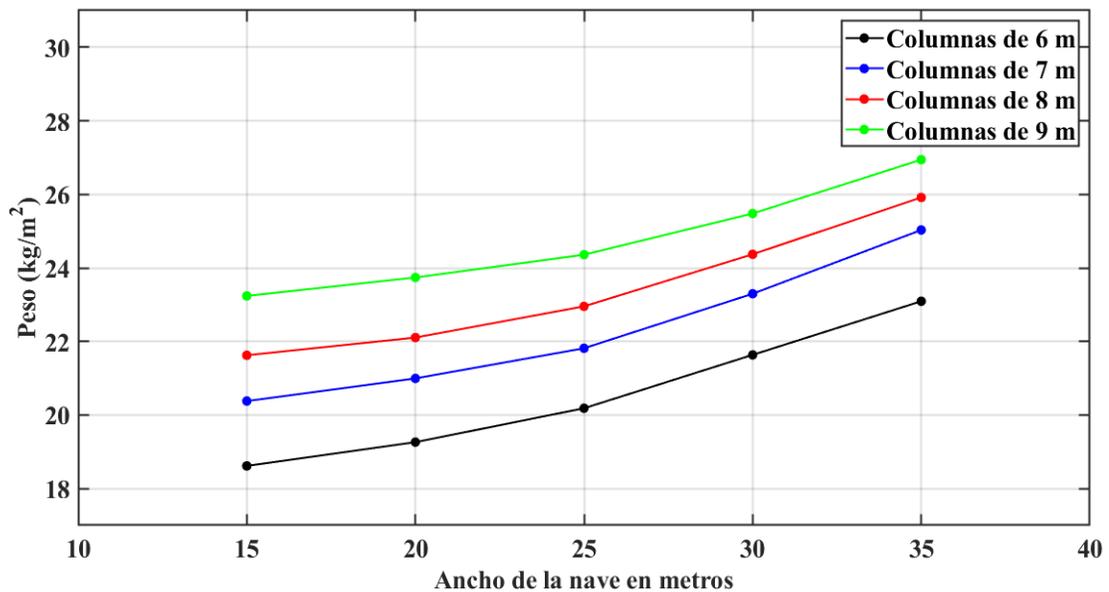


Figura 4. Curvas de interpolación obtenidas por el método de diferencias divididas de Newton.

1.5. Interpolación polinomial de Lagrange

Con la base de datos provistos en Loachamin et al., (2021) se obtuvieron los polinomios de Lagrange (Cortés et al., 2019) y el índice de peso sobre área de cada nave industrial, como se puede observar en las tablas 3 y 4, respectivamente; adicionalmente con la utilización de lo descrito anteriormente se procedió con la representación de estos índices, como se aprecia en figura 5.

1.6. Interpolación polinomial con trazadores o splines de grado 3

En los tópicos descritos anteriormente se usaron polinomios de n -ésimo grado para interpolar entre $n+1$ puntos asociados con datos. Por ejemplo, para cinco puntos se puede obtener un perfecto polinomio de cuarto grado. Esta curva podría agrupar todas las curvas (al menos hasta, e incluso, la cuarta derivada) sugeridas por los puntos de esta investigación. No obstante, hay casos donde estas funciones llevarían a resultados erróneos a causa de los desajustes de redondeo y los puntos lejanos. Un procedimiento alternativo consiste en colocar polinomios de grado inferior en subconjuntos de los puntos asociados con datos. Tales

polinomios conectores se denominan trazadores o splines (Chapra & Canale, 2015; González, 2017).

Tabla 3. Polinomios obtenidos por el método de Lagrange, (Loachamin et al., 2021)

Altura de columnas (m)	Polinomio para modulación de 6,00 m
6	$-0,000051995774X^4 + 0,005020070126X^3 - 0,16961307485X^2 + 2,5595574928334X + 4,0742935699997$
7	$-0,0000577088473X^4 + 0,0058016731133X^3 - 0,2040495284167X^2 + 3,160650052166X + 2,2209046100005$
8	$-0,00004244142X^4 + 0,0040834585333X^3 - 0,1347050531X^2 + 1,9619656976667X + 10,8710326799998$
9	$-0,0000357244873X^4 + 0,0037238146867X^3 - 0,1344014422167X^2 + 2,1415842808333X + 10,59668517$

Tabla 4. Pesos de las estructuras obtenidos por el método Lagrange, (Loachamin et al., 2021).

Luz libre (m)	Altura columna 6 m Peso (kg/m ²)	Altura columna 7 m Peso (kg/m ²)	Altura columna 8 m Peso (kg/m ²)	Altura columna 9 m Peso (kg/m ²)
15	18,6151647	20,3786479	21,6249569	23,2394472
20	19,2614507	20,9940636	22,1053665	23,7423934
25	20,1828056	21,8148246	22,9548768	24,3651174
30	21,6345675	23,2968383	24,371286	25,4890774
35	23,0921374	25,0303799	25,9157708	26,9598642

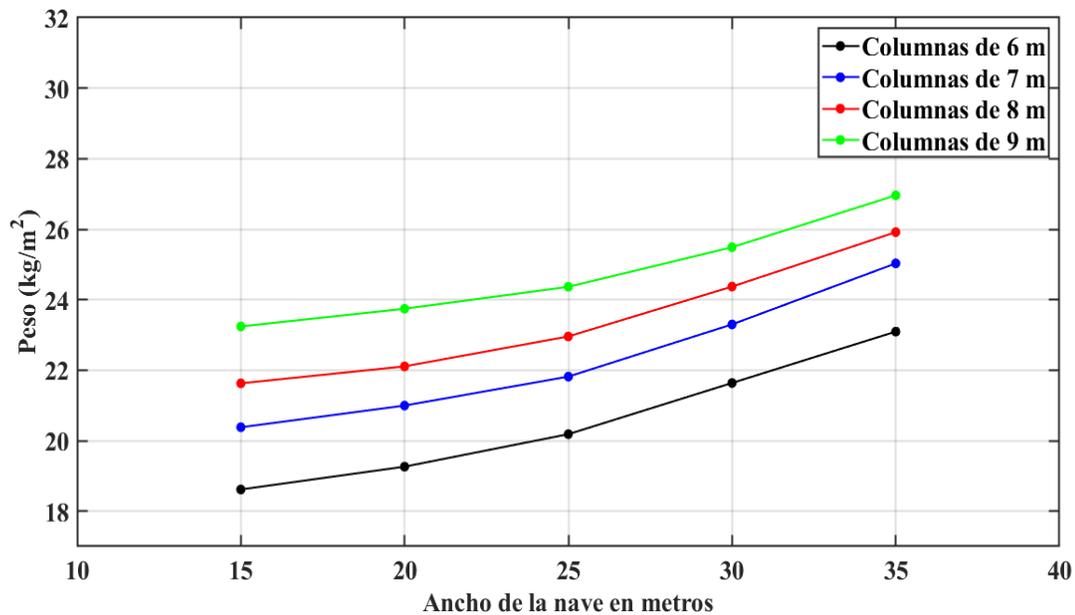


Figura 5. Curvas de interpolación por el método de Lagrange (Loachamin et al., 2021).

El objetivo en los trazadores cúbicos es obtener un polinomio de tercer grado para cada intervalo entre los nodos, como se detalla en ecuación 5.

$$f_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d \tag{5}$$

Así, para $n+1$ puntos asociados con datos ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) existen n intervalos y, en consecuencia, $(4.n)$ incógnitas a evaluar.

Se requieren $(4.n)$ condiciones para evaluar las incógnitas. Éstas son:

1. Los valores de la función deben ser iguales en los nodos interiores ($2n-2$ condiciones).
2. La primera y última función deben pasar a través de los puntos extremos (2 condiciones).
3. Las primeras derivadas en los nodos interiores deben ser iguales ($n-1$ condiciones).
4. Las segundas derivadas en los nodos interiores deben ser iguales ($n-1$ condiciones).
5. Las segundas derivadas en los nodos extremos son cero (2 condiciones).

La interpretación visual de la condición 5 es que la función se vuelve una línea recta en los nodos extremos. La especificación de una condición tal en los extremos nos lleva a lo que se denomina trazador “natural” (Chapra & Canale, 2015); que requiere que dos secciones de curvas adyacentes tengan tanto la primera como la segunda derivada igual en su frontera común; es decir, debe haber continuidad (González, 2000).

Matlab, (2020) tiene varias funciones preconstruidas que abarcan el tema de interpolación con trazadores o splines cúbicos (Palm III, 2019; Kiusalaas, 2009), tal como se indica en la tabla 5.

Tabla 5. Funciones de Matlab, (2020) para trazadores o splines cúbicos.

Función	Descripción
polyfit	Devuelve los coeficientes para un polinomio $p(x)$ de grado n .
polyval	Evalúa el polinomio $p(x)$ en cada punto de x .
interp1	Interpolación 1-D (tabla 1-D).
spline	Interpolación de datos con trazador o spline cúbico.

Tomando los datos de los pesos de las naves industriales calculadas por el método de DFRC (Loachamin et al., 2021), se realizó scripts en Matlab, (2020); y como consecuencia de su aplicación se obtuvieron los nuevos índices de peso sobre área de las naves industriales y su representación gráfica, tal como se puede observar en la tabla 6 y la figura 6, respectivamente.

Tabla 6. Pesos de las estructuras obtenidos con trazadores o splines de grado 3.

Luz libre (m)	Altura columna 6 m Peso (kg/m ²)	Altura columna 7 m Peso (kg/m ²)	Altura columna 8 m Peso (kg/m ²)	Altura columna 9 m Peso (kg/m ²)
15	18,6152	20,3786	21,625	23,2394
20	19,2615	20,9941	22,1054	23,7424
25	20,1828	21,8148	22,9549	24,3651
30	21,6346	23,2968	24,3713	25,4891
35	23,0921	25,0304	25,9158	26,9599

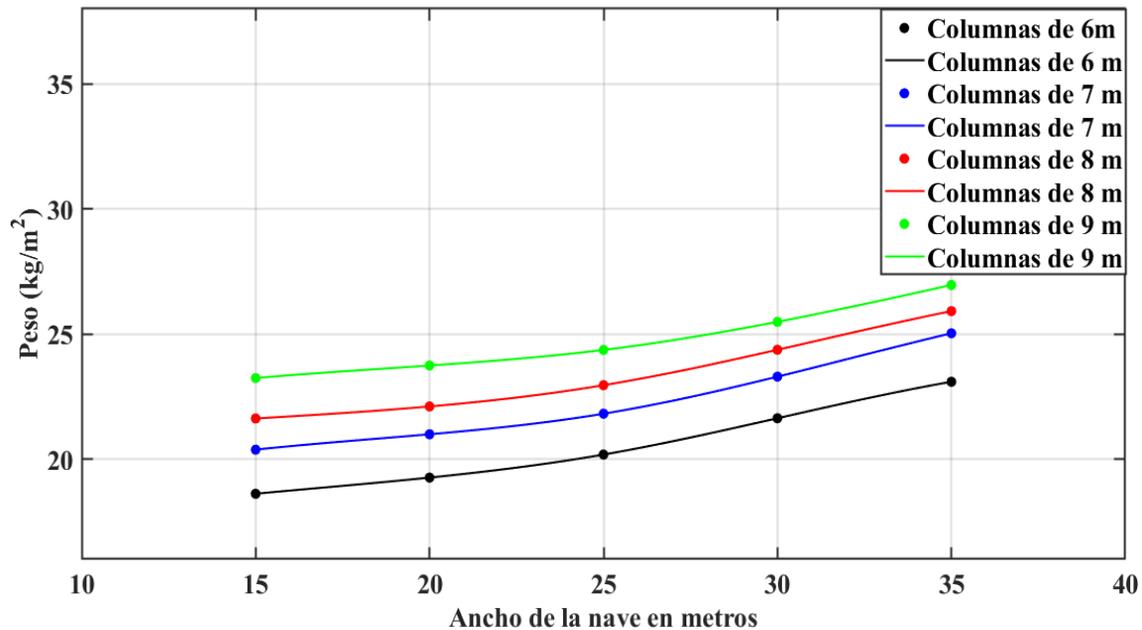


Figura 6. Curvas de interpolación obtenidas con trazadores o splines de grado 3.

2. Resultados

2.1. Resumen del ajuste de curvas por Interpolación

Se procedió a realizar un resumen del ajuste de curvas utilizando los distintos métodos de interpolación, como se describe en la tabla 7 y figura 7.

2.2. Ajuste por regresión

Cuando los datos tienen errores sustanciales, la interpolación polinomial es inapropiada y puede dar resultados poco satisfactorios cuando se utiliza para predecir valores intermedios. Con frecuencia los datos experimentales son de este tipo. Una estrategia apropiada en tales casos consiste en obtener una función de aproximación que se ajuste a la forma o a la tendencia general de los datos, sin coincidir necesariamente en todos los puntos (Chapra & Canale, 2015; Mathews & Fink, 2003). En la presente investigación se analizaron las coordenadas de los puntos que representan los pesos y se optó por realizar una regresión polinomial, cuyo objetivo consiste en encontrar una función que mejor se ajuste a los datos dados; es decir, una función cuya representación gráfica sea una curva.

Tabla 7. Resumen de los pesos de las estructuras obtenidos por interpolación.

Luz libre (m)	Diferencias divididas (Newton)				Lagrange				Trazador o spline cúbico			
	Altura columna 6 m	Altura columna 7 m	Altura columna 8 m	Altura columna 9 m	Altura columna 6 m	Altura columna 7 m	Altura columna 8 m	Altura columna 9 m	Altura columna 6 m	Altura columna 7 m	Altura columna 8 m	Altura columna 9 m
	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)
15	18,615323	20,378594	21,624938	23,239402	18,615165	20,378648	21,624957	23,239447	18,6152	20,3786	21,625	23,2394
20	19,261726	20,99408	22,1052	23,742402	19,261451	20,994064	22,105366	23,742393	19,2615	20,9941	22,1054	23,7424
25	20,183164	21,814756	22,954463	24,365103	20,182806	21,814825	22,954877	24,365117	20,1828	21,8148	22,9549	24,3651
30	21,635139	23,29672	24,3705	25,489103	21,634567	23,296838	24,371286	25,489077	21,6346	23,2968	24,3713	25,4891
35	23,092854	25,030269	25,914488	26,959904	23,092137	25,03038	25,915771	26,959864	23,0921	25,0304	25,9158	26,960

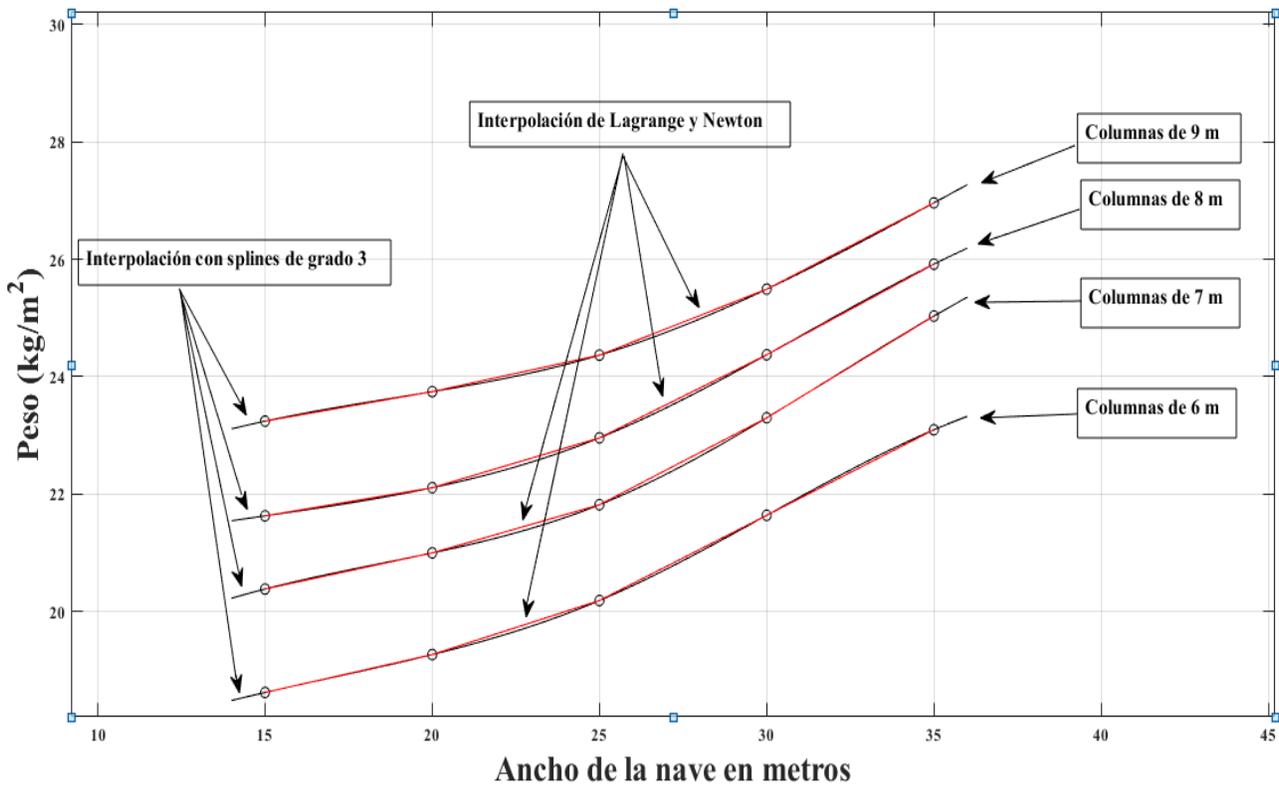


Figura 7. Curvas de los pesos de las estructuras obtenidos por interpolación.

El problema general de aproximar un conjunto de datos $\{(x_i, y_i) \mid i = 1, 2, \dots, m\}$, con un polinomio algebraico (Burden et al., 2017), tal como se indica en las ecuaciones 6 a 12.

$$P_n(X) = a_n X + a_{n-1} X_{n-1} + \dots + a_1 X \tag{6}$$

$$+ a_0$$

de grado $n \leq m-1$, por medio del procedimiento de mínimos cuadrados. Seleccionamos las constantes a_0, a_1, \dots, a_n para minimizar el error de mínimos cuadrados $E = E2(a_0, a_1, \dots, a_n)$, donde:

$$E = \sum_{j=1}^m (Y_i - P_n(X_i))^2 \tag{7}$$

$$E = \sum_{i=1}^m Y_i^2 - 2 \sum_{i=1}^m P_n(X_i) Y_i \tag{8}$$

$$+ \sum_{i=1}^m (P_n(X_i))^2$$

$$E = \sum_{i=1}^m Y_i^2 - 2 \sum_{j=0}^m a_j \left(\sum_{i=1}^m Y_i X_i^j \right) \tag{9}$$

$$+ \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n a_j a_k \left(\sum_{i=1}^m X_i^{j+k} \right)$$

Para minimizar E es necesario que $\partial E / \partial a_j = 0$, para cada $j = 0, 1, \dots, n$. Por lo tanto, para cada j, debemos tener:

$$0 = \frac{\partial E}{\partial a_j} = -2 \sum_{i=1}^m Y_i X_i^j \tag{10}$$

$$+ 2 \sum_{k=0}^n a_k \sum_{i=1}^m X_i^{j+k}$$

Esto nos da $n + 1$ ecuaciones normales en las $n + 1$ incógnitas a_j . Éstas son:

$$\sum_{k=0}^n a_k \sum_{i=1}^m X_i^{j+k} \tag{11}$$

$$= \sum_{j=1}^m Y_i X_i^j, \text{ para cada } j$$

$$= 0, 1, \dots, n$$

Es útil escribir las ecuaciones de acuerdo con lo siguiente:

$$a_0 \sum_{i=1}^m X_i^0 \tag{12}$$

$$+ a_1 \sum_{i=1}^m X_i^1 + a_2 \sum_{i=1}^m X_i^2 + \dots + a_n \sum_{i=1}^m X_i^n$$

$$= \sum_{i=1}^m Y_i X_i^0$$

$$a_0 \sum_{i=1}^m X_i^1$$

$$+ a_1 \sum_{i=1}^m X_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^m X_i^3 + \dots + a_n \sum_{i=1}^m X_i^{n+1}$$

$$= \sum_{i=1}^m Y_i X_i^1$$

$$a_0 \sum_{i=1}^m X_i^n$$

$$+ a_1 \sum_{i=1}^m X_i^{n+1} + a_2 \sum_{i=1}^m X_i^{n+2} + \dots + a_n \sum_{i=1}^m X_i^{2n}$$

$$= \sum_{i=1}^m Y_i X_i^n$$

Estas ecuaciones normales tienen una única solución siempre y cuando las X_i sean distintas. Para el presente trabajo se tomaron las métricas de los pesos de las naves industriales (coordenadas), que se obtuvieron con el método DFCR de Loachamin et al., (2021) y realizando scripts en Matlab, (2020), se obtuvo lo indicado en las tablas 8, 9 y la figura 8.

Tabla 8. Polinomios obtenidos por el método de Regresión curvilínea de grado 3

Altura de columnas (m)	Polinomio para modulación de 6,00 m
6	$-0,0001795333333333X^3 + 0,019616142857144X^2 - 0,402383809523832X + 20,854397142857330$
7	$0,0000309333333333X^3 + 0,005958571428572X^2 - 0,126431904761924X + 20,842368571428711$
8	$-0,00016066666667X^3 + 0,019750285714287X^2 - 0,455657619047656X + 24,567394285714585$
9	$0,0001514X^3 - 0,004392428571428X^2 + 0,106631428571419X + 22,124908571428634$

Tabla 9. Pesos de las estructuras obtenidos por el método de Regresión curvilínea de grado 3.

Luz libre (m)	Altura columna 6m Peso (kg/m ²)	Altura columna 7m Peso (kg/m ²)	Altura columna 8m Peso (kg/m ²)	Altura columna 9m Peso (kg/m ²)
15	18,6263471	20,3909686	21,6340898	23,2470586
20	19,2169114	20,9446257	22,0690169	23,7117657
25	20,2496829	21,8890114	23,0094582	24,4110514
30	21,5900114	23,2473257	24,3349139	25,4584657
35	23,1032471	25,0427686	25,9248838	26,9675586

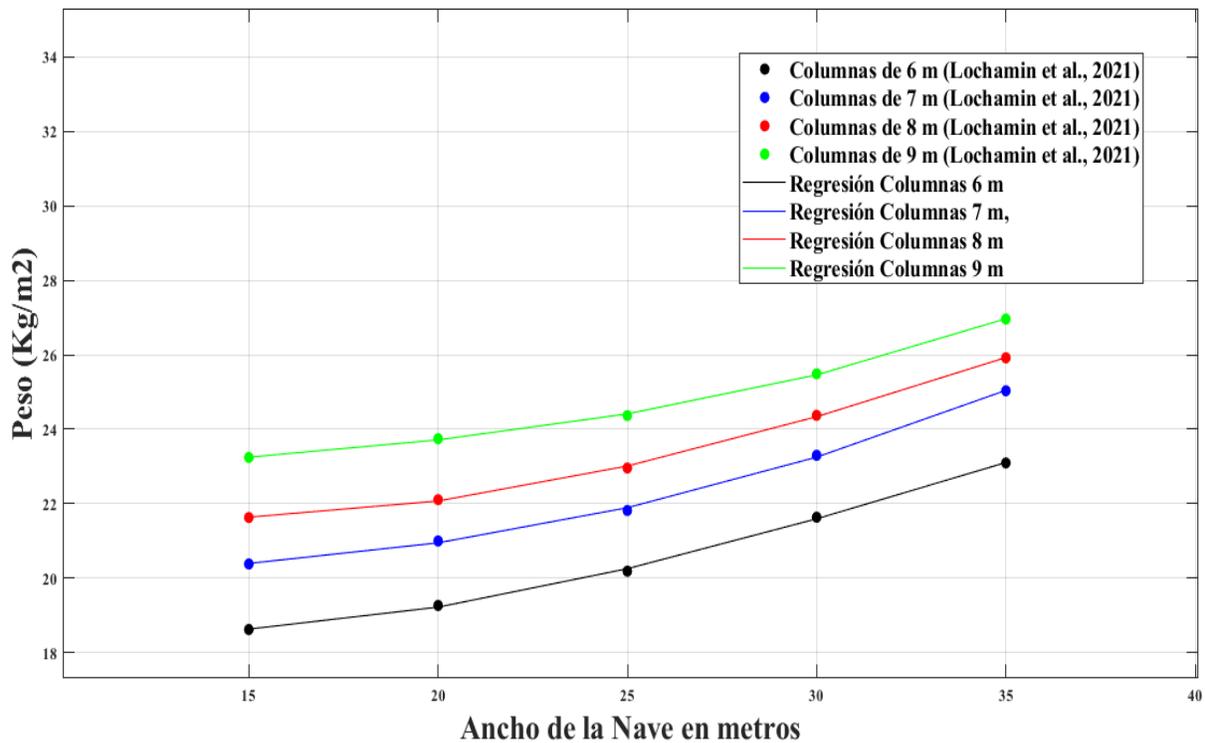


Figura 8. Curvas de los pesos de las estructuras obtenidos por regresión grado 3.

2.3. Análisis de resultados del ajuste de las curvas de los pesos de las naves industriales por interpolación y regresión

Con base en los resultados que se obtuvieron en los tópicos anteriores, se procedió a realizar un análisis de resultados de cada uno de los métodos de interpolación y regresión, como se puede observar en las tablas 10 a 13 y su representación gráfica en la figura 9.

2.4. Comprobación de resultados

Para efectos de comprobación de los métodos de interpolación y regresión, en el presente manuscrito se procedió a verificar los respectivos valores de índice de peso sobre área de naves industriales y error relativo, utilizando luces que variaron entre 21,83 a 33,42 m para distintas alturas de columnas de los pórticos, como se puede apreciar en la tabla 14.

Tabla 10. Pesos de las estructuras para columnas de 6 m por interpolación y regresión

Luz libre (m)	Método DFCR (Loachamin et al., 2021)	Columnas de 6,00 m de altura								
		Lagrange			Interpolación				Regresión	
					Diferencias divididas		Splines cúbicos		Mínimos cuadrados	
	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	
15		18,6152	18,61516474	0,000189427	18,61532325	0,000662093	18,6152	0	18,62634714	0,05988194
20		19,2615	19,26145065	0,000256186	19,261726	0,001173325	19,2615	0	19,21691143	0,231490649
25		20,1828	20,18280561	2,77939E-05	20,18316375	0,001802277	20,1828	0	20,24968286	0,331385423
30		21,6346	21,63456745	0,000150444	21,635139	0,00249138	21,6346	0	21,59001143	0,206098432
35		23,0921	23,09213742	0,000162053	23,09285425	0,003266269	23,0921	0	23,10324714	0,048272539

Tabla 11. Pesos de las estructuras para columnas de 7 m por interpolación y regresión

Luz libre (m)	Método DFCR (Loachamin et al., 2021)	Columnas de 7,00 m de altura								
		Lagrange			Interpolación				Regresión	
					Diferencias divididas		Splines cúbicos		Mínimos cuadrados	
	Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	
15		20,3786	20,37864786	0,000234862	20,37859375	3,06694E-05	20,3786	0	20,39096857	0,060693921
20		20,9941	20,99406363	0,000173263	20,99408	9,52649E-05	20,9941	0	20,94462571	0,235658045
25		21,8148	21,81482457	0,000112641	21,81475625	0,000200552	21,8148	0	21,88901143	0,340188443
30		23,2968	23,29683835	0,000164598	23,29672	0,000343395	23,2968	0	23,24732571	0,212365156
35		25,0304	25,03037988	8,03881E-05	25,03026875	0,000524362	25,0304	0	25,04276857	0,049414198

Tabla 12. Pesos de las estructuras para columnas de 8 m por interpolación y regresión

Luz libre (m)	Método DFCR (Loachamin et al., 2021)	Columnas de 8,00 m de altura								
		Lagrange			Interpolación Diferencias divididas		Splines cúbicos		Regresión Mínimos cuadrados	
		Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)
15	21,625	21,62495686	0,000199492	21,6249375	0,000289017	21,625	0	21,63408979	0,042033691	
20	22,1054	22,10536646	0,000151729	22,1052	0,000904756	22,1054	0	22,06901686	0,16458939	
25	22,9549	22,95487683	0,000100939	22,9544625	0,001905911	22,9549	0	23,00945821	0,237675676	
30	24,3713	24,37128602	5,73662E-05	24,3705	0,00328255	24,3713	0	24,33491386	0,14929915	
35	25,9158	25,91577078	0,000112755	25,9144875	0,005064478	25,9158	0	25,92488378	0,035051144	

Tabla 13. Pesos de las estructuras para columnas de 9 m por interpolación y regresión

Luz libre (m)	Método DFCR (Loachamin et al., 2021)	Columnas de 9,00 m de altura								
		Lagrange			Interpolación Diferencias divididas		Splines cúbicos		Regresión Mínimos cuadrados	
		Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)
15	23,2394	23,23944723	0,00020324	23,2394015	6,45456E-06	23,2394	0	23,24705857	0,032955117	
20	23,7424	23,74239338	2,79012E-05	23,742402	8,42375E-06	23,7424	0	23,71176571	0,129027755	
25	24,3651	24,36511738	7,1346E-05	24,3651025	1,02606E-05	24,3651	0	24,41105143	0,18859528	
30	25,4891	25,48907738	8,87522E-05	25,489103	1,17697E-05	25,4891	0	25,45846571	0,120185827	
35	26,9599	26,95986417	0,000132896	26,9599035	1,29822E-05	26,9599	0	26,96755857	0,028407269	

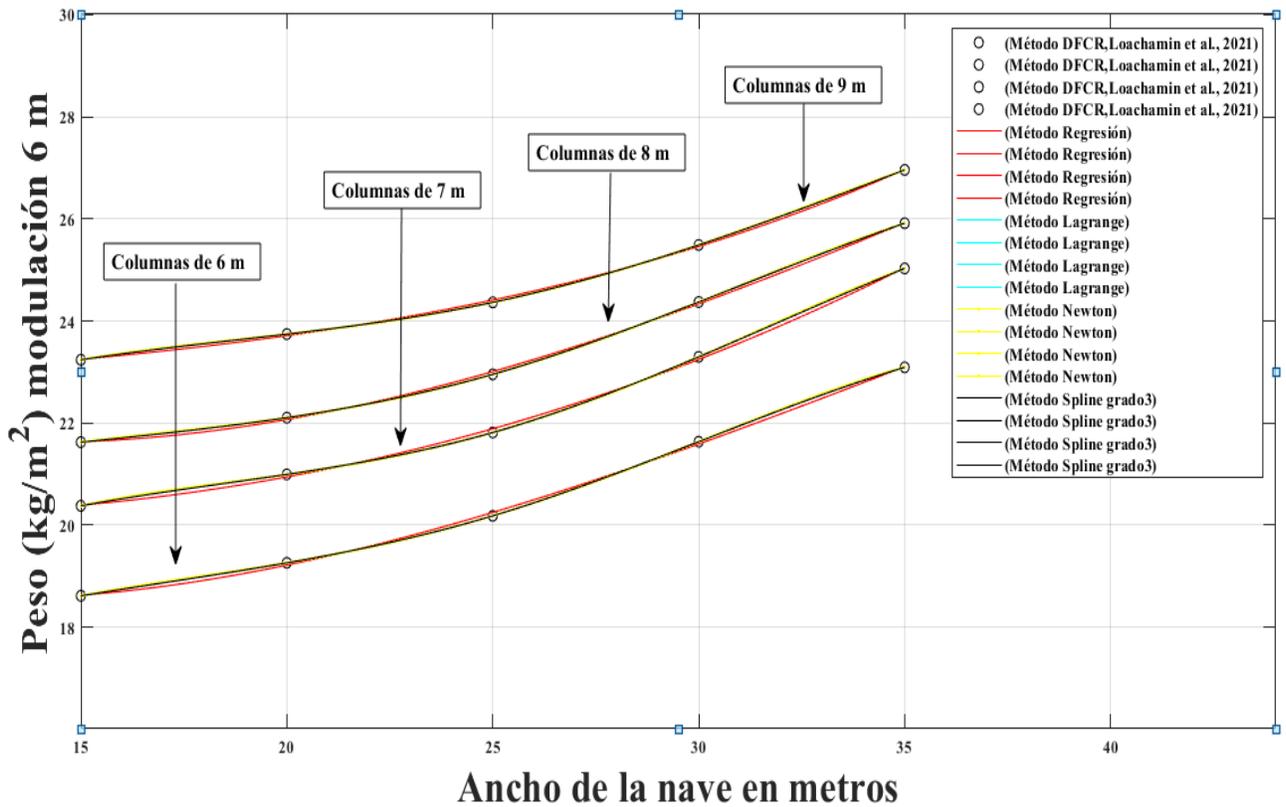


Figura 9. Curvas de los pesos de las estructuras obtenidos por interpolación y regresión

Tabla 14. Comprobación de resultados

Luz libre (m)	Altura columnas (m)	Método DFCR (Loachamin et al., 2021)	Análisis numérico							
			Lagrange		Interpolación Diferencias divididas Newton		Splines cúbicos		Regresión Mínimos cuadrados	
			Peso (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)	Error relativo (%)	Peso (kg/m ²)
33,42	6	22,71	22,6944901	0,06829567	22,6951952	0,06519073	22,6746	0,15587847	22,6145467	0,42031396
26,16	7	22,08	22,1007341	0,09390447	22,1006476	0,09351249	22,1033	0,10552536	22,16641549	0,39137451
21,83	8	22,33	22,3492754	0,08632072	22,3490316	0,08522887	22,3546	0,1101657	22,36093347	0,13852876
31,76	9	25,98	25,9913706	0,0595576	25,9914126	0,0597192	25,9821	0,02386828	25,93117668	0,17217235
			Media	0,07701961	Media	0,07591282	Media	0,09885945	Media	0,28059739
			Desviación	0,01583917	Desviación	0,01605962	Desviación	0,05491542	Desviación	0,14575296

Conclusiones

Cuando se realiza el análisis numérico aplicado al ajuste de curvas, se debe trabajar en sus dos categorías: interpolación y regresión. En esta investigación, en lo que respecta a la

interpolación, se encontraron que, al comparar los valores obtenidos de los pesos de las naves industriales, por el método DFCR hallados en Loachamin et al., (2021), con los datos de las interpolaciones de: Newton y Splines de grado 3, se obtuvo un error medio bastante bajo; y las curvas de Lagrange y de Newton eran similares, difiriendo en un error menor con la de Spline de grado 3. En cuanto a la regresión se obtuvo un error medio más alto que las curvas de interpolación; por lo que se concluye que para esta investigación se puede utilizar cualquiera de los métodos numéricos de la interpolación, esto es debido a la tendencia global de los datos: donde sus cálculos van a hacer más precisos que al utilizar una regresión, y su desviación estándar va a ser menor. Además, se concluye que para obtener pesos intermedios de naves industriales utilizando el método DFCR (que es una de las métricas del cálculo estructural), se puede aplicar el análisis numérico a través de la obtención de un polinomio, y su precisión dependerá de la tendencia de la muestra.

Referencias

Ávila, J. (2016). Métodos numéricos para ingeniería por proyectos usando hoja electrónica. *ALME (Acta Latinoamericana de Matemática Educativa)*, 29. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 1302-1309.

Araujo, E. (2017). Métodos numéricos y su uso para simulación en la ingeniería. Recuperado 7 de julio de 2021, de Esss.co website: <https://www.esss.co/es/blog/metodos-numericos-para-simulacion-en-la-ingenieria/>

Burden, R., Faires, J., & Burden, A. (2017). *Análisis Numérico*. 10 th ed: Cengage Learning Inc.

Chapra, S., & Canale, R. (2015). *Métodos numéricos para ingenieros*. 7 th ed: McGraw-Hill Companies, Inc.

Cortés, J., González, M., Pinilla, V., Salazar, A., & Tovar, V. (2019a). Aproximación numérica y errores. Recuperado 7 de julio de 2021, website: <https://www.ingenieria.unam.mx/pinilla/PE105117/pdfs/tema1/1 aproximacion numerica y errores.pdf>

Cortés, J., González, M., Pinilla, V., Salazar, A., & Tovar, V. (2019b). Interpolación con incrementos variables: Polinomio de Lagrange. Recuperado 7 de julio de 2021, website: <https://www.ingenieria.unam.mx/pinilla/PE105117/pdfs/tema4/4-1 lagrange.pdf>

Faure, O., Rougier, V., & Quiroga, G. (2018). Métodos numéricos en problemas de ingeniería. *Mecánica Computacional*, 36(22), 1029–1038. Recuperado 23 de noviembre de 2021, website: <https://cimec.org.ar/ojs/index.php/mc/article/view/5602/5581>

González, E. (2017). *Funciones spline*. Tesis de grado. Universidad de La Laguna, Tenerife.

González, C.(2000). Splines y superficies. Recuperado el 8 de julio de 2021, website: <http://www.inf-cr.uclm.es/www/cglez/downloads/docencia/AC/splines.pdf>

Guerrero, D. (2019). Análisis técnico y económico del diseño por desempeño de edificios con estructura de acero utilizando arriostramientos concéntricos. *Gaceta Técnica*, 20(1), 41-59. DOI: [10.13140/RG.2.2.20052.86409](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.20052.86409)

Kiusalaas, J. (2009). *Numerical Methods in Engineering with MATLAB*. Cambridge University Press.

Loachamin, D., Freire, A., Guerrero, D., & Guerrón, M. (2021). Análisis técnico-económico de naves industriales mediante interpolación no lineal de Lagrange. *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia*, 44(2), 104-116. DOI: [10.22209/rt.v44n2a05](https://doi.org/10.22209/rt.v44n2a05)

Matlab. (2020). Versión (R2020a), Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc. [en línea] disponible en: <https://matlab.softonic.com>

Mathews, J., & Fink, K. (2003). *Numerical Methods using Matlab*. 4 th ed: editorial Person.

Muñoz, F. (2020). Métodos numéricos para ingenieros químicos con Matlab. Recuperado 7 de julio de 2021, website: [https://www.researchgate.net/publication/344780662 METODOS NUMERICOS PARA INGENIEROS QUIMICOS CON MATLAB](https://www.researchgate.net/publication/344780662_METODOS_NUMERICOS_PARA_INGENIEROS_QUIMICOS_CON_MATLAB)

Palm III, W. (2019). *Matlab for Engineering Applications*. 4 th ed: McGraw-Hill Companies, Inc.

Roa, O. (2018). Reseña del libro “Métodos numéricos para ingenieros”. *Investigatio*, (10), 85-88. <https://doi.org/10.31095/irr.v0i10.177>