Omnia Año 25, No.2 y 3 (Mayo-Diciembre, 2019) pp. *64 - 73*
Universidad del Zulia. ISSN: 1315-8856
Depósito legal pp 199502ZU2628

Representaciones mentales y procesos cognitivos en estudiantes universitarios

Reinaldo Guerrero* y María Escalona**

Resumen

Es de gran importancia conocer las representaciones mentales y los procesos cognitivos que los estudiantes universitarios poseen ante una situación planteada. El objetivo de este estudio es Indagar sobre las representaciones mentales y procesos cognitivos de los Estudiantes. Es un estudio cuantitativo, ya que busca indagar sobre los niveles de representaciones mentales y procesos cognitivos que tienen los estudiantes en la resolución de problemas. La metodología utilizada es un estudio de caso puesto que se escoge una población de 10 estudiantes. Dentro del marco teórico se realiza un recorrido por diferentes autores, teniendo como base el concepto de la representación, los medios representacionales, las formas de representación y los niveles de representación, además las teorías sobre los Procesos cognitivos de un estudiante. Finalmente concluimos, que las representaciones simbólicas son el medio por el cual se exteriorizan las representaciones mentales en la resolución de problemas matemáticos.

Palabras clave: Representaciones, procesos, icónicas, simbólicas, enactivas,

* Profesor Titular del Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad del Zulia. reinaldoguerrero1970@gmail,com

** Profesora Titular del Departamento de Matemática, Facultad de Humanidades y Educación, Universidad del Zulia. covemesca@gmail.com

Recibido: 15/01/2019 • *Aceptado: 26/04/2019*

Mental representationes and cognitive processes in aniversity students

Abstract

It is very important to know the mental representations and the cognitive processes university students have in a given situation. The objective of this study is to inquire about the mental representations and cognitive processes of students. It is a quantitative study, since it seeks to inquire about the levels of mental representations and cognitive processes that students have in the resolution of problems. The methodology used is a case study since a population of 10 students is chosen. Within the theoretical framework, a journey is made by different authors, based on the concept of representation, the representational media, the forms of representation and the levels of representation, as well as the theories about the cognitive processes of a student. Finally we conclude that symbolic representations are the means by which mental representations are externalized in the resolution of mathematical problems.

Key words: Representations, processes, iconic, symbolic, enactive.

Introducción

Con la siguiente investigación se pretende indagar sobre los niveles de representaciones mentales y procesos cognitivos de los estudiantes cuando resuelve un problema matemático; se hizo por tanto un recorrido teórico por diferentes autores que planteaban en su teoría el tema de las representaciones; tal es el caso de Bruner (1964), con las representaciones mentales (icónicas, enactivas y simbólicas), y los niveles de razonamiento de Van Hiele (1957), acerca de los registros representacionales que se pueden evidenciar en los problemas matemáticos. Es un estudio cuantitativo, ya que busca indagar sobre los niveles de representaciones mentales que tienen los estudiantes en la resolución de problemas. La metodología utilizada es un estudio de caso, puesto que se escoge una población de 10 estudiantes para un análisis más detallado. Los estudios de casos son experimentos desarrollados en ambientes naturales, donde se pretende explorar toda la riqueza y la diversidad que normalmente exige la escuela y los procesos que en ella se desarrollan.

Se desarrollan dos instrumentos de aplicación (test de conocimiento y cuestionario) a 10 estudiantes para determinar los niveles de representaciones que tienen ellos de los problemas, como los crean a partir de sus representaciones, y cuáles son las representaciones en la resolución de problemas matemáticos. Con la investigación se concluye que para determinar cuáles son las representaciones mentales para la resolución de problemas es importante la evidencia a partir de las representaciones simbólicas. Es recomendable entonces, que en el proceso de enseñanza - aprendizaje se tenga en cuenta la diversidad de las representaciones mentales, que influyan en los estudiantes para que se fortalezcan procesos de exteriorización de ellas. La resolución de problemas se constituye un aspecto fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, por eso es importante identificar las diversas formas como los estudiantes se lo representan para elaborar estrategias.

Concepto de representación

Históricamente el concepto de representación ha pasado por tres momentos a saber:

• Como representación mental en el estudio de Piaget (1973), sobre la representación del mundo en el niño, en relación a las creencias y explicaciones de los niños pequeños sobre los fenómenos naturales y físicos. Piaget plantea la noción de representación como evocación de los objetos ausentes.

• A partir de 1955-1960, se presentó como representación interna o computacional con las teorías que privilegian la transformación que hace un sistema de las informaciones que recibe para que se produzca una respuesta adaptada. Aquí la noción de representación es esencial en tanto que forma bajo la cual puede describirse una información y tomarse en cuenta en un sistema de transformación. Se trata de una codificación de la información. Se llega a entender la representación como fenómeno de naturaleza proposicional y puramente computacional.

• La tercera vez aparece como representación semiótica. La especificidad de las representaciones semióticas consiste en que son relativas a un sistema particular de signos: lenguaje, escritura algebraica o los gráficos cartesianos, y en que pueden ser convertidas en representaciones en otro sistema semiótico, pero pudiendo tener significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza (Duval, 1999).

El currículo en espiral

Bruner (1966), investigó sobre los procesos cognitivos propios del pensamiento y del aprendizaje y, apoyándose en parte en las ideas de Piaget sobre el desarrollo, empezó a examinar los procesos cognitivos de los niños, centrándose en cómo representan mentalmente los conceptos e ideas que van aprendiendo, describiendo tres modos de representación: enactiva, icónica y simbólica.

El enactivo es un modo altamente manipulativo que opera solamente a través de la acción, por ejemplo, la manipulación de materiales concretos para el inicio del aprendizaje de la adición de números naturales. La representación enactiva es la más elemental, la menos elaborada, se cree que este modo es la única manera por la que los niños pequeños pueden recordar las cosas, pero puede poseerla tanto el adulto como el niño.

El segundo modo de representación, el icónico, nos separa un paso de lo concreto y de lo físico para entrar en el campo de las imágenes mentales. Se recupera en la memoria como una imagen mental figurativa que permite no sólo recordar el hecho sino también recrearlo mentalmente cuando sea necesario, de manera abreviada, presentando únicamente los detalles más importantes. Por ejemplo, un niño que no necesita utilizar materiales concretos para calcular 4 + 9, pero que mentalmente visualiza aquellos objetos para obtener la respuesta.

El punto culminante de esta fase se encuentra entre los cinco y los siete años. Finalmente, sucede algo muy especial cerca de la adolescencia, cuando “el lenguaje es cada vez más importante como medio de pensar” (Bruner, 1966: 36).

La representación simbólica, tercera manera de capturar las experiencias ela memoria, tiene como base la competencia lingüística, aunque evidentemente en matemáticas la representación simbólica hace referencia no sólo a definiciones conceptuales sino a relaciones, propiedades, estrategias, y supone la forma más elaborada de representación. Cuando los niños empiezan a escribir operaciones matemáticas (utilizando números, formatos sencillos como las cifras en columna y los signos de operación como +, -, x, ÷, e =), es el principio para ellos de la representaciónsimbólica, como lo es también su capacidad de «leer» estas notaciones matemáticas, y en un futuro inmediato empezarán a pensar, en las actividades que realizarán, en términos de los mismos símbolos, lo que les abre nuevas posibilidades y les conduce a un tipo de aprendizaje y pensamiento más abstracto y flexible.

Según Bruner (1964) los modos de representación enactiva, icónica y simbólica se desarrollan evolutivamente en este orden, cada modo depende del anterior y exige mucha práctica en el mismo antes de que se pueda llevar a cabo la transición al modo siguiente.

El modelo de Van Hiele

Aproximadamente por la mitad del siglo XX, dos profesores holandeses de matemáticas de Enseñanza Secundaria, Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, preocupados por el deficiente aprendizaje y resultados de sus alumnos, estudiaron dicho problema y partiendo de la consideración de las matemáticas como actividad y del aprendizaje como proceso de reinvención), presentaron en sus tesis doctorales un modelo de enseñanza y aprendizaje de la Geometría (Van Hiele, 1957) y un ejemplo concreto de aplicación de ese modelo en unos cursos de Geometría (Van Hiele-Geldof, 1957).

En el Modelo de Van Hiele se pueden distinguir dos aspectos:

- Uno descriptivo, que identifica diferentes formas de razonamiento matemático de los estudiantes y puede valorar el progreso de éstos, los «niveles de razonamiento».

- Otro instructivo, que da a los profesores directrices para favorecer el avance de los alumnos a un nivel superior de razonamiento, las «fases de aprendizaje».

Las ideas centrales del Modelo son:

• Hay diferentes niveles en el razonamiento de los estudiantes de matemáticas, que son secuenciales y ordenados.

• Un estudiante sólo podrá comprender aquellas partes de las matemáticas adecuadas a su nivel de razonamiento.

• Una relación matemática que no puede ser expresada en el nivel de razonamiento presente del estudiante, será necesario esperar a enseñársela a cuando alcance un nivel de razonamiento superior.

• No se puede enseñar a un estudiante a razonar de una determinada forma, pero mediante una enseñanza adecuada de las matemáticas se puede favorecer que llegue lo antes posible a razonar de esa forma.

Pierre Marie Van Hiele ha seguido trabajando en su perfeccionamiento y desarrollo así como otros educadores y psicólogos interesados por el Modelo han realizado investigaciones y experimentaciones que han posibilitado un mejor conocimiento y un uso más eficaz del mismo, a la vez que han contribuido a definir su forma actual.

En su forma más general, el Modelo de Van Hiele considera la existencia de cinco niveles de razonamiento, pero también se utiliza con frecuencia una restricción de ésta, que ignora el quinto nivel. Presentamos a continuación las características generales de los cinco niveles de razonamiento.

Nivel 1. Reconocimiento, Visualización

• Percepción de las figuras geométricas en su totalidad, de manera global. Se suelen incluir atributos irrelevantes en las descripciones, especialmente referidos a la posición en el plano.

• Percepción de las figuras como objetos individuales, no generalizando las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase.

• Descripción de las figuras basada principalmente en su aspecto físico y posición en el espacio. Los reconocimientos, distinciones o clasificaciones se basan en semejanzas o diferencias físicas globales.

•Frecuentemente las descripciones de las figuras los son por su semejanza con otros objetos que conocen, no necesariamente matemáticos, usando frases como «... se parece a...», «... tiene forma de...», etc.

• Uso de propiedades imprecisas para identificar, comparar, ordenar o caracterizar figuras, con habituales referencias a prototipos visuales.

• Aprendizaje de un vocabulario básico para hablar de las figuras, escribirlas, etc.

• No se suele reconocer explícitamente las partes componentes de las figuras ni sus propiedades matemáticas y cuando se hace el reconocimiento, estos elementos o propiedades no tienen un papel central y, frecuentemente, manifiestan contradicciones.

Se trata del nivel de razonamiento típico de Educación Infantil y los primeros cursos de Primaria, pero no es exclusivo suyo; en realidad, cada vez que se presente a los estudiantes algún concepto geométrico nuevo, éstos van a pasar por el nivel 1, si bien algunas veces ese paso será muy rápido.

Nivel 2. Análisis

• Reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y están dotadas de propiedades matemáticas. Se describen las partes que integran una figura y se enuncian sus propiedades de manera informal. Se es capaz de analizar las propiedades matemáticas de las figuras.

• Deducción de propiedades a partir de la experimentación y capacidad de generalización de dichas propiedades a todas las figuras de la misma clase.

•Las definiciones de conceptos consisten en recitar una lista exhaustiva de propiedades, pero en la que puede haber omisiones de características necesarias. Se rechazan las definiciones del profesor o del libro de texto en favor de la del estudiante cuando entran en conflicto con la propia.

• No relacionan diferentes propiedades de una misma figura o con las de otras figuras, por lo que no establecen clasificaciones a partir de las relaciones entre las propiedades. No se realizan clasificaciones inclusivas.

• La demostración de una propiedad consiste en su comprobación en unos pocos casos.

En este nivel aparece un razonamiento que podemos calificar como «matemático», pues es el primero en el que los estudiantes son capaces de descubrir y generalizar (a partir de la observación y la manipulación) propiedades que desconocían. Pero esta capacidad es limitada, pues usan las propiedades de una figura como si fueran independientes entre sí, por ejemplo, no relacionan la existencia de ángulos de 90° en una figura poligonal con la perpendicularidad de los lados o con el paralelismo de los lados opuestos.

Nivel 3. Clasificación, deducción informal, abstracción

• Se puede relacionar propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras: se comprende la existencia de relaciones y se descubren nuevas relaciones, de manera experimental.

• Comprensión de lo que es una definición matemática y sus requisitos. Se definen correctamente conceptos y tipos de figuras. Se hacen referencias explícitas a las definiciones cuando se realizan razonamientos o demostraciones.

• Se pueden realizar clasificaciones inclusivas.

• La demostración de una propiedad ya no se basa en la comprobación de casos, pues hay necesidad de justificar de manera general la veracidad de dicha propiedad, para lo cual se usan razonamientos deductivos informales.

•Comprensión y realización de implicaciones simples en un razonamiento formal.

• Comprensión de una demostración realizada por el profesor, capacidad para repetir tal demostración y adaptarla a otra situación análoga.

• Incapacidad para llevar a cabo una demostración formal completa, en la que haya que encadenar varias implicaciones, pues no se logra una visión global de las demostraciones y no se comprende su estructura.

• Incomprensión de la estructura axiomática de las matemáticas.

Entre los avances y las características de los estudiantes de este nivel de razonamiento está el que son capaces de clasificar inclusivamente los cuadriláteros convexos: los cuadrados son rombos y rectángulos,...

Nivel 4. Deducción formal

• Capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales. Capacidad para adquirir una visión global de las demostraciones y para comprender la misión de cada implicación simple en el proceso.

• Realización de demostraciones mediante razonamientos deductivos formales y de varios pasos, asumiendo su necesidad como único medio para verificar la verdad de una afirmación.

• Comprensión de la estructura axiomática de las matemáticas: sentido y utilidad de los axiomas, las definiciones, los teoremas, los términos no definidos,...

• Aceptación de la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas o mediante diferentes formas de demostración.

• Comprensión de la nueva expresión del enunciado de problemas o teoremas con un lenguaje más preciso.

Al alcanzar el nivel 4 de razonamiento se logra la plena capacidad de razonamiento lógico matemático. Las investigaciones llevadas a cabo en los niveles educativos no universitarios coinciden en señalar que son pocos los alumnos que logran una adquisición alta del cuarto nivel de razonamiento y lo consiguen al final de la Educación Secundaria.

Nivel 5. Rigor

• Posibilidad de trabajar en sistemas axiomáticos de la geometría euclídea distintos del usual.

• Capacidad para realizar deducciones abstractas basándose en un sistema de axiomas determinado.

• Capacidad para establecer la consistencia de un sistema de axiomas.

Capacidad para comparar sistemas axiomáticos diferentes y decidir sobre su equivalencia.

• Comprensión de la importancia de la precisión al tratar los fundamentos y las relaciones entre estructuras matemáticas. Acabada la exposición de las características generales de los niveles de razonamiento, veamos a continuación las principales propiedades globales del Modelo de Van Hiele cuya consideración y análisis es imprescindible para una adecuada comprensión y utilización de éste.

1. Jerarquización y secuencialidad de los niveles Cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior para alcanzar un nivel de razonamiento, es necesario haber adquirido previamente los niveles anteriores, jerarquización que han corroborado todas las investigaciones al respecto.

Por otra parte, entre las características de los niveles 1, 2 y 3 siempre hay alguna que se refiere a habilidades que todavía no saben usar los estudiantes o que están siendo usadas implícitamente y cuyo uso explícito se aprende en el nivel siguiente, es decir, los niveles de Van Hiele tienen una estructura secuencial.

2. Relación entre el lenguaje y los niveles de razonamiento

Para un alumno del segundo nivel de razonamiento, «demostrar» una propiedad consiste en comprobarla en unos pocos casos, para un alumno del tercer nivel consiste en buscar algún tipo de justificación lógica pero intuitiva de la propiedad, mientras que para un alumno del cuarto nivel consiste en aplicar el razonamiento lógico formal para obtener una verificación correcta y aceptable matemáticamente.

Con este ejemplo vemos como una palabra tiene significados diferentes en los distintos niveles, es decir, que a cada nivel de razonamiento le corresponde un tipo de lenguaje específico. Esta propiedad del Modelo tiene una importancia trascendental en la actividad de los profesores en sus clases: si un profesor quiere hacerse comprender por sus alumnos debe hablarles en su nivel de lenguaje, de lo contrario provocará la incomprensión mutua, pues el profesor, por su desconocimiento psicodidáctico, tampoco entenderá por qué los alumnos responden de esa manera, o no responden, a las actividades y, probablemente, los evaluará erróneamente.

3. Localidad de los niveles de razonamiento
¿Los niveles de razonamiento son específicos de un concepto, es decir, son locales, o son genéricos para toda la geometría, es decir, globales?
4. El paso de un nivel al siguiente se produce de forma continua (Van Hiele, 1986), sugirió que el paso de un estudiante desde un nivel de razonamiento al siguiente se produce de una forma brusca.
5. La instrucción herramienta para progresar en los niveles de razonamiento Van Hiele (1986), afirma que la instrucción es un factor básico para avanzar en los niveles de razonamiento: "la transición de un nivel al siguiente no es un proceso natural; tiene lugar bajo la influencia de un programa de enseñanza-aprendizaje. La transición no es posible sin el aprendizaje de un nuevo lenguaje" (Van Hiele, 1986: 50).

Metodología

La investigación es tipo cuantitativa; porque comprende el estudio de prácticas pedagógicas en aulas de clases formales, que permita estudiar la realidad en un contexto natural tal como sucede; con el fin de interpretar los fenómenos implicados.

La investigación es fenomenológica, debido a que es la exploración del significado del ser humano, tomando en cuenta su entorno sociocultural, es decir, busca conocer los significados que los alumnos dan a su experiencia, es intentar ver las cosas desde el punto de vista de las otras personas, describiendo, comprendiendo e interpretando, con el fin de conocer cómo experimentan e interpretan el mundo social.

La población objeto de estudio son los estudiantes de la Licenciatura en Educación Mención Matemática y Física de la Universidad del Zulia. La muestra fue seleccionada de forma intencional y no probabilística y por lo tanto, se tomaron 10 estudiantes de dicha mención de manera que se distribuyeran por todos y cada uno de los semestres.

Según el diseño de la metodología las técnicas seleccionadas para recoger la información requerida fue la siguiente: Test de conocimiento a los estudiantes, Entrevista (Cuestionario) y Análisis de documentos.

Conclusiones

De acuerdo con la aplicación del instrumento a los estudiantes se pudo encontrar que cuando se les pedía que explicaran el problema planteado, la forma como les era más fácil explicarlos era simbólicas (orales y escritas), la gran mayoría (70%) los escribieron.

De acuerdo con los datos obtenidos en la investigación se puede constatar que los aprendizajes de los estudiantes se hacen a través de lo simbólico, y pocas son las experiencias de lo enactivo y lo icónico.

Como objetivo principal se planteó el indagar las representaciones mentales que tenían los estudiantes en la resolución de problemas. Pero después de realizar esta investigación, nos encontramos que las representaciones simbólicas son las más utilizadas por los estudiantes de la muestra, para exteriorizar las representaciones mentales en la resolución de problemas matemáticos, y en la práctica se encontró que los estudiantes en la resolución de problemas, todavía no dominan algunas representaciones internas necesarias para lograr aprendizajes significativos.

Después de tener en cuenta el tipo de problema (conceptual, procedimental y actitudinal) como parámetro para elaborar los problemas del instrumento se evidenció según la teoría de Bruner, las tres formas de representárselo (simbólica verbal, enactiva- actuando e icónica -dibujando) que según el problema los estudiantes se los representa.

Después de tener en cuenta el tipo de problema (conceptual, procedimental y actitudinal) como parámetro para elaborar los problemas del instrumento se evidenció según la teoría de Bruner, las tres formas de representárselo (simbólica verbal, enactiva- actuando e icónica -dibujando) que según el problema los estudiantes se los representa.

Con la investigación se observó que los problemas con mayor predominio procedimental se los representan más fácil de forma icónica, podría ser por la formulación del problema.

Debido al mayor predominio en el aula de lo oral y escrito, se evidencian en los estudiantes que los sistemas verbales son más amplios al momento de expresarlos.

El enfrentar a los estudiantes a imágenes lo lleva a conocer cuáles son sus representaciones y le permite a los otros conocerlas con más facilidad. Esto se pudo observar con la amplitud de representaciones que se hicieron evidentes con los ítems donde se construyeron funciones.

El planteamiento de problemas matemáticos, con un formato preestablecido no favorece la comprensión de los problemas y por consiguiente la manifestación de sus representaciones.

Referencias bibliográficas

Bruner, Jerone. S (1964). **The Course of Cognitive Growth**. American Psychologist, 19, 1-15.

_______________ (1966). **Toward a Theory of Instruction.** Cambridge, Massachusetts (USA): Harvard University Press. (Trad. cast.: PARÉS, N. (1.969). Hacia una Teoría de la Instrucción. México: Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana).

Duval, Raymond (1999). **Semiosis y pensamiento humano**. Cali, 1999. 103 p.

Piaget, Jean (1973). **La representación del mundo en el niño**. Madrid: Ediciones Morata. p. 333.

Van Hiele, Pierre (1986). **Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education**. London: Academic Press.

Van Hiele, Pierre (1957). **De problematiek van het inzicht, gedemonstreerdaan het inzicht van schoolkinderen in meetkunde-leerstof (Dissertation).** Groningen (Nederlanden): J. B. Wolters.

Van Hiele-Geldof, Dina (1957). **De didaktiek van de meetkunde in de eersteklas van het V.H.M.O**. (Dissertation). Groningen (Nederlanden): J. B. Wolters.