Revista Arbitrada Venezolana
del Núcleo Costa Oriental del Lago

Impacto Científico

Universidad del Zulia

Diciembre 2025
Vol. 20 Nº 2

ppi 201502ZU4641
Esta publicación científica en formato digital
es continuidad de la revista impresa
Depósito Legal: pp 200602ZU2811 / ISSN:1856-5042
ISSN Electrónico: 2542-3207

Impacto Científico
Revista Arbitrada Venezolana
del Núcleo LUZ-Costa Oriental del Lago

Artículos

Impacto Científico
Revista Arbitrada Venezolana
del Núcleo LUZ-Costa Oriental del Lago
Vol. 20. N°2. Diciembre 2025. pp. 360-375
DOI:10.5281/zenodo.18175103

De las sumas de permutaciones para 2 y 3 dígitos al teorema fundamental para cualquier permutación

Alexander Villarroel Salazar
Investigador independiente. Venezuela
https://orcid.org/0000-0002-4628-1894
alexvills76@gmail.com

Francisco Villarroel Rosillo
Investigador independiente. Venezuela
https://orcid.org/0000-0002-9159-5892
fjvillr02@gmail.com

Resumen

Este artículo trata acerca de las sumas para permutaciones de 2 y 3 dígitos, de cuyo estudio se deducen 2 teoremas con sus demostraciones en base al valor posicional, cuyas implicaciones permiten obtener un teorema fundamental para la suma de números en cualquier permutación, es decir, se generaliza la suma de los números permutados de 4 hasta infinitos dígitos en una forma muy sencilla, que no requiere generar los números que conforman la permutación, usando un proceso inductivo. Mediante programas de cómputo en lenguaje C se muestra lo que sucede para los números de 10 a 99 (2 dígitos) y de 100 a 999 (3 dígitos) para garantizar la veracidad de los teoremas. La importancia del tercero de los teoremas radica en que permite sumar n! números de una permutación en una forma sumamente eficiente y práctica.

Palabras claves: factoriales, permutación, longitud de un número, suma de dígitos de un número, valor posicional

RECIBIDO:04/09/2025· ACEPTADO:04/10/2025

From the sums of 2- and 3-digit permutations to the fundamental addition theorem for any permutation

Abstract

This article deals with the addition for 2- and 3-digit permutations. Two theorems are derived from the study of these theorems, along with their proofs based on positional value. Their implications allow us to obtain a fundamental theorem for the addition of numbers in any permutation. That is, the addition of permuted numbers from 4 to infinite digits is generalized in a very simple way, without requiring the generation of the numbers that make up the permutation using an inductive process. Using computer programs in C, we show what happens for numbers from 10 to 99 (2 digits) and from 100 to 999 (3 digits) to guarantee the veracity of the theorems. The importance of the third theorem lies in that it allows the addition of n! numbers in a permutation in an extremely efficient and practical way.

Keywords: factorials, permutation, length of a number, sum of digits in a number, positional value

Introducción

Los factoriales de un número son conocidos desde muy antigua data. En efecto, según Datta *et al* (2019) y Jadhav (2021) se usaron en la literatura en fechas que varían entre 300 a.C. y 400 d.C. como es mostrado en la obra Anuyogadvāra-sūtra. Además, hay referencias al uso de factoriales en diversos documentos históricos e hitos importantes de los mismos como el teorema de Wilson que relaciona factoriales con los números primos y la aproximación de Stirling del factorial de un número muy grande.

Según Acerbi (2003) es sabido que, en Europa, la matemática griega incluía algo de combinatoria, y que Platón usó el número 5040 para ejemplificar una comunidad de población perfecta, por sus posibilidades de divisibilidad, es decir, que se evidencia que el filósofo conocía el factorial de 7 (7!)

Según López (2020, p.54) El estudio de la combinatoria se desarrolló paralelamente con el de otras ramas de la matemática, tales como el álgebra y teoría de números, ya que sus primeros hallazgos datan de China en el siglo XXII. Quintana *et.al.*(2021, p.160) citan a (Estopiñán M, 2017, p. 25) quien afirma que La combinatoria estudia las posibles agrupaciones de objetos, aspecto que resulta esencial para las ciencias informáticas”, lo cual revela la importancia del estudio de dicha área.

Además, Katz (2013) señala que "el primer trabajo sobre factoriales en Europa lo realizó Shabbethai Donnolo, erudito judío explicando el pasaje del Sefer Yetzirah".

Respecto a la permutación de un valor n natural que corresponde al factorial de dicho número es usual de la estadística, que es una rama de la matemática. Este concepto también es de antigua data, pero tomó auge en el desarrollo de un área de la estadística conocida como combinatoria donde se une a conceptos como la combinación y la variación.

Fueron muy importantes las contribuciones de Pierre de Fermat, Blaise Pascal y otros matemáticos que desarrollaron el estudio de la probabilidad. Al respecto, Latterell (2022) y la Enciclopedia Britannica (2025) señalan que "Matemáticos destacados como Blaise Pascal y Jacob Bernoulli contribuyeron a formalizar las teorías en torno a estas ideas, estableciendo notación y métodos que aún se utilizan en la actualidad".

Sin embargo, el uso de la permutación se ha restringido a la investigación de operaciones, la combinatoria, el análisis matemático y la teoría de juegos principalmente, pero poco se sabe acerca de la suma de los números que conforman la permutación de un determinado número de 2 o más dígitos.

En este artículo se hace un estudio sobre las sumas de números de permutación y se introducen 3 teoremas, de los cuales los 2 primeros teoremas se explican usando el valor posicional y posteriormente se desarrolla un teorema que generaliza las sumas de la permutación de números de 4 hasta infinitos dígitos, lo cual ofrece aspectos de expansividad y de su utilidad, pues permite sumar dichas cantidades en una forma muy práctica.

Preliminares

En el desarrollo de este artículo es importante explicar para su comprensión un conjunto de conceptos relacionados que permiten obtener un mayor nivel de claridad acerca del tema objeto de estudio como lo son la permutación, los factoriales, el valor posicional y la suma de dígitos (navaseshs).

Factorial de un número

Según Del Amo (2024) el factorial de un entero positivo n, el factorial de n o n factorial se define en principio como el producto de todos los números enteros positivos desde 1 (es decir, los números naturales) hasta n. En la práctica, el factorial de un número entero positivo n, expresado por n!, es el producto de todos los números enteros positivos menores o iguales que n.

$$n! = 1 * 2 * 3 * 4 * \dots * (n-1) * n \quad (ecuación\ 1)$$

Por su parte, Artacho (2016) indica que "Como función en si, el factorial de un número entero positivo n, es el producto de todos los números enteros positivos desde n hasta 1." Y Magoni (2022) Un factorial es una operación matemática que se escribe así: n!. Representa la multiplicación de todos los números entre 1 y n.

Según Archila y Roa (2025) el número total de permutaciones es un producto; es decir, se determina mediante la forma $n \text{ x} (n-1) \text{ x } (n-2) \text{ x...x } 1$. Lo anterior deja claro que existe una estrecha conexión entre el factorial de un número y el número de permutaciones, ya que en la práctica, permutar un número es buscar su factorial. Así, por ejemplo, según la fórmula anterior se obtiene que:

$$5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$$

$$7! = 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 5040$$

$$10! = 10 * 9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 3662880$$

Higgins, también indica que el símbolo n! para dicha operación matemática fue indicado en el año 1808 por el matemático de Francia Christian Kramp.

De manera fundamental el factorial de n representa el número de formas distintas de ordenar n objetos distintos (elementos sin repetición).

Permutación

Según Terán y De-Oleo (2021) y Baringo(2023) "En probabilidad, las permutaciones se refieren a las diferentes maneras en que un conjunto de objetos puede ordenarse". Por su parte, Montagud (2023) añade que "en una permutación, habría un arreglo de varios elementos en los que sí es importante tenerse en cuenta su orden o posición"

En efecto, en este artículo se consideran todas las disposiciones a partir de un número origen que mueven sus elementos en las formas que indica su cantidad de dígitos mediante el uso de la permutación

De lo anterior se deduce que la permutación de un conjunto es, en términos generales, una disposición de sus miembros en una secuencia u orden lineal, o si el conjunto ya está ordenado, una variación del orden o posición de los elementos de un conjunto ordenado o una tupla. La palabra «permutación» también se refiere al acto o proceso de cambiar el orden lineal de un conjunto ordenado.

En este artículo la permutación, dado un número cualquiera de n dígitos (considerándolo como un conjunto) permite estimar la cantidad de números de n dígitos que deben ser sumados en su permutación.

Ejemplo 1: Para el conjunto A={1,2,3} al permutar se obtiene n! números, es decir, 3!=6, los cuales son:

$$123, 132, 213, 231, 312, 321$$

Puede verse que si se cambia el orden interno en el conjunto A en las formas A1={2,1,3} o A2={3,1,2} no cambian los 6 números que pertenecen a dicha permutación ni tampoco cambia el valor de la suma de números de cada permutación, ya que al final son la misma, pues en los conjuntos solo cambia el orden de los números pero no modifica los numeros de la permutación ni mucho menos la sumatoria de los valores.

Ejemplo 2: Para el conjunto A={1,2,3,4} al permutar se obtiene n! números, es decir, 4! =24 números, los cuales son respectivamente los siguientes:

1234,1243,1324,1342,1423,1432,
2134,2143,2314,2341,2413,2431,
3124,3142,3214,3241,3412,3421,
4123,4132,4213,4231,4312,4321,

En este artículo se usa una permutación completa y nunca permutaciones incompletas de la forma nPr, es decir, que aquí no se toma r elementos o una parte del conjunto r, sino que se generan todos los números que tenga n dígitos en diferente orden.

Valor posicional

Según Gallego & Uzuriaga (2015) y Andrade y Valdemoros (2014) el valor de posición es una propiedad del sistema de numeración en base diez (SNBD) que contiene los dígitos de 0 a 9, el cual plantea que el valor nominal de un dígito debe multiplicarse por la potencia de diez que está asociada con la posición específica en la que se encuentra.

Respecto al tema, Elevated (2024), Molina (2025) y Nava (2025) refieren que ”El valor posicional es el valor que toma un dígito de acuerdo con la posición que ocupa dentro del número (unidades, decenas, centenas…). Es por ello que el cambio de posición de un dígito dentro de un número altera el valor total del mismo”. Esto lleva a considerar diferencias entre un 5 en la posición de las decenas y un 5 en el valor de las unidades ya que aunque son el mismo números sus valores difieren dentro del número por la posición que ocupan.

Sobre esta temática, Maldonado (2020) destaca que la enseñanza tradicional muchas veces se enfoca en algoritmos mecánicos sin promover la comprensión del valor posicional, lo que limita el desarrollo del razonamiento matemático.

En el valor posicional se consideran unidades, decenas, centenas, unidades de mil, decenas de mil y así sucesivamente considerando en cualquier número este orden de derecha a izquierda, pero en la representación se comienza por los dígitos de izquierda a derecha comenzando con 10 elevado a exponente n-1 hasta llegar a exponente 0 según la longitud n del número.

Ejemplo 1: 324 tiene 3 dígitos, es decir que su longitud es 3. Entonces puede representarse 324 como

$$324 = 3 * 10^2 + 2 * 10^1 + 4 * 10^0 = 3 * 100 + 2 * 10 + 4 * 1 = 300 + 20 + 4$$

Ejemplo 2: 83426 tiene 5 dígitos por ello se trabaja desde exponente 4

$$83426 = 8 * 10^4 + 3 * 10^3 + 4 * 10^2 + 2 * 10^1 + 6 * 10^0$$
$$83426 = 800000 + 3000 + 400 + 20 + 6$$

En este artículo el valor posicional se usará con potencias de 10 y las letras del alfabeto para representar las variaciones de las letras según la cantidad de números de dos o tres dígitos

Navasesh o suma de dígitos

Se llama navasesh a la suma de dígitos que conforman un número y generalmente se busca el navasesh hasta que quede un valor menor que 10 que en algunos casos implica dependiendo del número hacer dos o más sumas. Sin embargo, en el caso de este artículo se usa solo el primer navasesh, es decir, que se suman los dígitos que conforman al número que será pivoteado y se toma ese valor. La importancia de este navasesh radica en que siempre es un valor que divide a la suma de todos los números que conforman la permutación que se forma a raíz del número principal.

Aquí el navasesh se indicará como sdig

Ejemplo 1: Para los números n1=27,n2=324 y n3=6732 halle los navasesh correspondientes.

$$Sdig(n1) = sdig(27) = 2 + 7 = 9$$
$$Sdig(n2) = sdig(324) = 3 + 2 + 4 = 9$$
$$Sdig(n3) = sdig(6732) = 6 + 7 + 3 + 2 = 18$$

Nota: en el caso de 18 se pudiera reducir a un solo digito pero aquí se hace la primera suma de números sin hacer reducción a un solo dígito.

Resultados

A continuación, se presentan los aspectos sobre los temas antes expuestos que dieron lugar a los dos teoremas y las implicaciones de los mismos que permiten generar el teorema fundamental de las sumas de números de una permutación.

Números para la permutación de un número de 2 dígitos

Se puede apreciar que 43 y 34 son dos números permutables, como 54 y 45. En ambos casos en sumas que son 43+34= 77 y 54 +45= 99 está implícito el 11, ya que sus sumas pueden expresarse 77=7*11 y 99= 9*11. Además, ocurre que en los números anteriores se tiene que 3+4=4+3=7 y 5+4=4+5=9. Es decir que la suma de los números genera en cada caso el factor que queda multiplicando a 11.

De lo anterior puede apreciarse que la constante de la permutación de 2 dígitos es 11, lo cual es evidente ya que la suma de un número de dos dígitos y su opuesto siempre da un nuevo número de dos dígitos iguales que siempre será independientemente de los números divisible entre 11

TEOREMA 1:

En toda permutación de cualquier número de la forma *ab* siempre el resultado de la suma de los términos es

$$SP(2dig) = 11(a+b) \quad (ecuación\ 2)$$

Demostración:

Tenemos que para un número de 2 dígitos, la permutación de 2 es 2!=2, por lo cual de un número ab cualquiera salen 2 números que al expresarlos usando valor posicional en base a decenas y unidades se obtienen al usar valor posicional los números en las formas:

$$ab = 10a + b$$

$$ba = 10b + a$$

Al realizar la suma de estos 3 números independientemente de los valores que tomen los dígitos *a* y *b* se obtiene siempre:

$$SP(2dig) = ab + ba$$
$$SP(2dig) = 10a + b + 10b + a$$
$$SP(2dig) = 11a + 11b$$
$$SP(2dig) = 11(a+b)$$

Así queda demostrado el teorema 1

Programa 1: Como una sustentación del teorema anterior se presenta el siguiente programa en lenguaje C donde se trabaja con los números del 10 al 99 mostrando que en cada caso la suma sp(n) es un número tal que al dividir entre sdig(n)=a+b siempre se obtiene la misma constante denotada por Ktte=11.

```
#include <stdio.h>
#include<math.h>
int main()
```

```
{
        long int n, a, b, num1, num2, sdig, sp, ktte;
for (n=10;n<=99; n++)
        {
a=n/10;
b=n%10;
num1=10*a+b;
num2=10*b+a;
sdig=a+b;
sp=num1+num2;
ktte=sp/sdig;
printf("\n\n sp(%ld)=%ld, sdig=%ld+%ld= %ld y ktte=%ld", n, sp, a, b, sdig, ktte);
        }
   return(0);
}
```

Al tabular la corrida en una tabla para economizar espacio se obtiene:

sp(10)=11, sdig=1+0= 1 y ktte=11	sp(40)=44, sdig=4+0= 4 y ktte=11	sp(70)=77, sdig=7+0= 7 y ktte=11
sp(11)=22, sdig=1+1= 2 y ktte=11	sp(41)=55, sdig=4+1= 5 y ktte=11	sp(71)=88, sdig=7+1= 8 y ktte=11
sp(12)=33, sdig=1+2= 3 y ktte=11	sp(42)=66, sdig=4+2= 6 y ktte=11	sp(72)=99, sdig=7+2= 9 y ktte=11
sp(13)=44, sdig=1+3= 4 y ktte=11	sp(43)=77, sdig=4+3= 7 y ktte=11	sp(73)=110, sdig=7+3= 10 y ktte=11
sp(14)=55, sdig=1+4= 5 y ktte=11	sp(44)=88, sdig=4+4= 8 y ktte=11	sp(74)=121, sdig=7+4= 11 y ktte=11
sp(15)=66, sdig=1+5= 6 y ktte=11	sp(45)=99, sdig=4+5= 9 y ktte=11	sp(75)=132, sdig=7+5= 12 y ktte=11
sp(16)=77, sdig=1+6= 7 y ktte=11	sp(46)=110, sdig=4+6= 10 y ktte=11	sp(76)=143, sdig=7+6= 13 y ktte=11
sp(17)=88, sdig=1+7= 8 y ktte=11	sp(47)=121, sdig=4+7= 11 y ktte=11	sp(77)=154, sdig=7+7= 14 y ktte=11
sp(18)=99, sdig=1+8= 9 y ktte=11	sp(48)=132, sdig=4+8= 12 y ktte=11	sp(78)=165, sdig=7+8= 15 y ktte=11
sp(19)=110, sdig=1+9= 10 y ktte=11	sp(49)=143, sdig=4+9= 13 y ktte=11	sp(79)=176, sdig=7+9= 16 y ktte=11
sp(20)=22, sdig=2+0= 2 y ktte=11	sp(50)=55, sdig=5+0= 5 y ktte=11	sp(80)=88, sdig=8+0= 8 y ktte=11
sp(21)=33, sdig=2+1= 3 y ktte=11	sp(51)=66, sdig=5+1= 6 y ktte=11	sp(81)=99, sdig=8+1= 9 y ktte=11
sp(22)=44, sdig=2+2= 4 y ktte=11	sp(52)=77, sdig=5+2= 7 y ktte=11	sp(82)=110, sdig=8+2= 10 y ktte=11
sp(23)=55, sdig=2+3= 5 y ktte=11	sp(53)=88, sdig=5+3= 8 y ktte=11	sp(83)=121, sdig=8+3= 11 y ktte=11
sp(24)=66, sdig=2+4= 6 y ktte=11	sp(54)=99, sdig=5+4= 9 y ktte=11	sp(84)=132, sdig=8+4= 12 y ktte=11
sp(25)=77, sdig=2+5= 7 y ktte=11	sp(55)=110, sdig=5+5= 10 y ktte=11	sp(85)=143, sdig=8+5= 13 y ktte=11
sp(26)=88, sdig=2+6= 8 y ktte=11	sp(56)=121, sdig=5+6= 11 y ktte=11	sp(86)=154, sdig=8+6= 14 y ktte=11
sp(27)=99, sdig=2+7= 9 y ktte=11	sp(57)=132, sdig=5+7= 12 y ktte=11	sp(87)=165, sdig=8+7= 15 y ktte=11
sp(28)=110, sdig=2+8= 10 y ktte=11	sp(58)=143, sdig=5+8= 13 y ktte=11	sp(88)=176, sdig=8+8= 16 y ktte=11
sp(29)=121, sdig=2+9= 11 y ktte=11	sp(59)=154, sdig=5+9= 14 y ktte=11	sp(89)=187, sdig=8+9= 17 y ktte=11
sp(30)=33, sdig=3+0= 3 y ktte=11	sp(60)=66, sdig=6+0= 6 y ktte=11	sp(90)=99, sdig=9+0= 9 y ktte=11
sp(31)=44, sdig=3+1= 4 y ktte=11	sp(61)=77, sdig=6+1= 7 y ktte=11	sp(91)=110, sdig=9+1= 10 y ktte=11
sp(32)=55, sdig=3+2= 5 y ktte=11	sp(62)=88, sdig=6+2= 8 y ktte=11	sp(92)=121, sdig=9+2= 11 y ktte=11
sp(33)=66, sdig=3+3= 6 y ktte=11	sp(63)=99, sdig=6+3= 9 y ktte=11	sp(93)=132, sdig=9+3= 12 y ktte=11
sp(34)=77, sdig=3+4= 7 y ktte=11	sp(64)=110, sdig=6+4= 10 y ktte=11	sp(94)=143, sdig=9+4= 13 y ktte=11
sp(35)=88, sdig=3+5= 8 y ktte=11	sp(65)=121, sdig=6+5= 11 y ktte=11	sp(95)=154, sdig=9+5= 14 y ktte=11
sp(36)=99, sdig=3+6= 9 y ktte=11	sp(66)=132, sdig=6+6= 12 y ktte=11	sp(96)=165, sdig=9+6= 15 y ktte=11
sp(37)=110, sdig=3+7= 10 y ktte=11	sp(67)=143, sdig=6+7= 13 y ktte=11	sp(97)=176, sdig=9+7= 16 y ktte=11
sp(38)=121, sdig=3+8= 11 y ktte=11	sp(68)=154, sdig=6+8= 14 y ktte=11	sp(98)=187, sdig=9+8= 17 y ktte=11
sp(39)=132, sdig=3+9= 12 y ktte=11	sp(69)=165, sdig=6+9= 15 y ktte=11	sp(99)=198, sdig=9+9= 18 y ktte=11

TABLA 1: CORRIDA DEL PROGRAMA

FUENTE : ELABORACIÓN PROPIA

Números para la permutación de un número de 3 dígitos

Para un número de 3 dígitos como pudo verse en el ejemplo 1 del inciso 2.1, se generan 6 números que deben sumarse.

Ejemplo 1: para el número 034 al permutarlo surgen:

$$SP(034) = 034 + 043 + 430 + 340 + 403 + 304 = 1554 = 7 * 222$$

Puede verse que la suma de dígitos de cada número es *sdig*=0+3+4=7

Ejemplo 2: Para el número 835 al permutarlo se obtiene:

$$SP(835) = 835 + 853 + 385 + 358 + 538 + 583 = 3552 = 16 * 222$$

De los resultados obtenidos puede apreciarse que la constante de la permutación de 3 dígitos es 222. Es decir, que siempre que se haga la permutación de un número de 3 dígitos la suma de los 6 números será divisible entre 222.

Teorema 2

En toda permutación de cualquier número de la forma abc siempre el resultado de la suma de sus términos es

$$SP(3dig) = 222(a + b + c) \quad (ecuación\ 3)$$

Demostración:

Tenemos que para un número de 3 dígitos, la permutación de 3 es 3!=6, por lo cual de un número abc cualquiera salen 6 números que al expresarlos usando valor posicional en base a centenas, decenas y unidades se obtienen los números en las formas:

$$\begin{aligned} abc &= 100a + 10b + c \\ acb &= 100a + 10c + b \\ bca &= 100b + 10b + a \\ bac &= 100b + 10a + c \\ cab &= 100c + 10a + b \\ cba &= 100c + 10b + a \end{aligned}$$

Al realizar la suma de estos 6 números independientemente de los valores que tomen los dígitos *a,b* y *c* obtiene siempre:

$$SP(3dig) = abc + abc + bca + bac + cab + cba$$

$$SP(3dig) = 200a + 200b + 200c + 20a + 20b + 20c + 2a + 2b + 2c$$

$$SP(3dig) = 222(a + b + c)$$

Así queda demostrado el teorema 2

Programa 2

Como una sustentación del teorema anterior se presenta el siguiente programa en lenguaje C donde se trabaja con los números del 100 hasta 199 (no se hace hasta 999 por lo extenso que sería la corrida y las hojas que ello abarcaría extendiendo demasiado este artículo) mostrando que en cada caso la suma sp(n) es un número tal que al dividir entre sdig(n)=a+b+c y siempre se obtiene la misma constante denotada por Ktte=222.

```
#include <stdio.h>
#include<math.h>
int main()
{
        long int n, a, b,c, p, num1, num2, num3, num4, num5, num6, sdig, sp, ktte;
        for (n=100;n<=199; n++)
        {
        p=n;
         a=p/100;
         p=p-100*a;
         b=p/10;
         c=p%10;
         num1=100*a+10*b+c;
        num2=100*a+10*c+b;
         num3=100*b+10*a+c;
         num4=100*b+10*c+a;
        num5=100*c+10*a+b;
         num6=100*c+10*b+a;
         sdig=a+b+c;
        sp=num1+num2+num3+num4+num5+num6;          ktte=sp/sdig;
        printf("\n\n sp(%ld)=%ld, sdig=%ld+%ld+%d= %ld y ktte=%ld", n, sp, a, b,c, sdig, ktte);
        }
   return(0);
}
```

Al tabular la corrida en una tabla para economizar espacio se obtiene:

sp(100)=222, sdig=1+0+0= 1 y ktte=222	sp(134)=1776, sdig=1+3+4= 8 y ktte=222	sp(167)=3108, sdig=1+6+7= 14 y ktte=222
sp(101)=444, sdig=1+0+1= 2 y ktte=222	sp(135)=1998, sdig=1+3+5= 9 y ktte=222	sp(168)=3330, sdig=1+6+8= 15 y ktte=222
sp(102)=666, sdig=1+0+2= 3 y ktte=222	sp(136)=2220, sdig=1+3+6= 10 y ktte=222	sp(169)=3552, sdig=1+6+9= 16 y ktte=222
sp(103)=888, sdig=1+0+3= 4 y ktte=222	sp(137)=2442, sdig=1+3+7= 11 y ktte=222	sp(170)=1776, sdig=1+7+0= 8 y ktte=222
sp(104)=1110, sdig=1+0+4= 5 y ktte=222	sp(138)=2664, sdig=1+3+8= 12 y ktte=222	sp(171)=1998, sdig=1+7+1= 9 y ktte=222
sp(105)=1332, sdig=1+0+5= 6 y ktte=222	sp(139)=2886, sdig=1+3+9= 13 y ktte=222	sp(172)=2220, sdig=1+7+2= 10 y ktte=222
sp(106)=1554, sdig=1+0+6= 7 y ktte=222	sp(140)=1110, sdig=1+4+0= 5 y ktte=222	sp(173)=2442, sdig=1+7+3= 11 y ktte=222
sp(107)=1776, sdig=1+0+7= 8 y ktte=222	sp(141)=1332, sdig=1+4+1= 6 y ktte=222	sp(174)=2664, sdig=1+7+4= 12 y ktte=222
sp(108)=1998, sdig=1+0+8= 9 y ktte=222	sp(142)=1554, sdig=1+4+2= 7 y ktte=222	sp(175)=2886, sdig=1+7+5= 13 y ktte=222
sp(109)=2220, sdig=1+0+9= 10 y ktte=222	sp(143)=1776, sdig=1+4+3= 8 y ktte=222	sp(176)=3108, sdig=1+7+6= 14 y ktte=222
sp(110)=444, sdig=1+1+0= 2 y ktte=222	sp(144)=1998, sdig=1+4+4= 9 y ktte=222	sp(177)=3330, sdig=1+7+7= 15 y ktte=222
sp(111)=666, sdig=1+1+1= 3 y ktte=222	sp(145)=2220, sdig=1+4+5= 10 y ktte=222	sp(178)=3552, sdig=1+7+8= 16 y ktte=222
sp(112)=888, sdig=1+1+2= 4 y ktte=222	sp(146)=2442, sdig=1+4+6= 11 y ktte=222	sp(179)=3774, sdig=1+7+9= 17 y ktte=222
sp(113)=1110, sdig=1+1+3= 5 y ktte=222	sp(147)=2664, sdig=1+4+7= 12 y ktte=222	sp(180)=1998, sdig=1+8+0= 9 y ktte=222
sp(114)=1332, sdig=1+1+4= 6 y ktte=222	sp(148)=2886, sdig=1+4+8= 13 y ktte=222	sp(181)=2220, sdig=1+8+1= 10 y ktte=222
sp(115)=1554, sdig=1+1+5= 7 y ktte=222	sp(149)=3108, sdig=1+4+9= 14 y ktte=222	sp(182)=2442, sdig=1+8+2= 11 y ktte=222
sp(116)=1776, sdig=1+1+6= 8 y ktte=222	sp(150)=1332, sdig=1+5+0= 6 y ktte=222	sp(183)=2664, sdig=1+8+3= 12 y ktte=222
sp(117)=1998, sdig=1+1+7= 9 y ktte=222	sp(151)=1554, sdig=1+5+1= 7 y ktte=222	sp(184)=2886, sdig=1+8+4= 13 y ktte=222
sp(118)=2220, sdig=1+1+8= 10 y ktte=222	sp(152)=1776, sdig=1+5+2= 8 y ktte=222	sp(185)=3108, sdig=1+8+5= 14 y ktte=222
sp(119)=2442, sdig=1+1+9= 11 y ktte=222	sp(153)=1998, sdig=1+5+3= 9 y ktte=222	sp(186)=3330, sdig=1+8+6= 15 y ktte=222
sp(120)=666, sdig=1+2+0= 3 y ktte=222	sp(154)=2220, sdig=1+5+4= 10 y ktte=222	sp(187)=3552, sdig=1+8+7= 16 y ktte=222
sp(121)=888, sdig=1+2+1= 4 y ktte=222	sp(155)=2442, sdig=1+5+5= 11 y ktte=222	sp(188)=3774, sdig=1+8+8= 17 y ktte=222
sp(122)=1110, sdig=1+2+2= 5 y ktte=222	sp(156)=2664, sdig=1+5+6= 12 y ktte=222	sp(189)=3996, sdig=1+8+9= 18 y ktte=222
sp(123)=1332, sdig=1+2+3= 6 y ktte=222	sp(157)=2886, sdig=1+5+7= 13 y ktte=222	sp(190)=2220, sdig=1+9+0= 10 y ktte=222
sp(124)=1554, sdig=1+2+4= 7 y ktte=222	sp(158)=3108, sdig=1+5+8= 14 y ktte=222	sp(191)=2442, sdig=1+9+1= 11 y ktte=222
sp(125)=1776, sdig=1+2+5= 8 y ktte=222	sp(159)=3330, sdig=1+5+9= 15 y ktte=222	sp(192)=2664, sdig=1+9+2= 12 y ktte=222
sp(126)=1998, sdig=1+2+6= 9 y ktte=222	sp(160)=1554, sdig=1+6+0= 7 y ktte=222	sp(193)=2886, sdig=1+9+3= 13 y ktte=222
sp(127)=2220, sdig=1+2+7= 10 y ktte=222	sp(161)=1776, sdig=1+6+1= 8 y ktte=222	sp(194)=3108, sdig=1+9+4= 14 y ktte=222
sp(128)=2442,sdig=1+2+8= 11 y ktte=222	sp(162)=1998, sdig=1+6+2= 9 y ktte=222	sp(195)=3330, sdig=1+9+5= 15 y ktte=222
sp(129)=2664,sdig=1+2+9= 12 y ktte=222	sp(163)=2220, sdig=1+6+3= 10 y ktte=222	sp(196)=3552, sdig=1+9+6= 16 y ktte=222
sp(130)=888,sdig=1+3+0= 4 y ktte=222	sp(164)=2442, sdig=1+6+4=11 y ktte=222	sp(197)=3774, sdig=1+9+7= 17 y ktte=222
sp(131)=1110,sdig=1+3+1=5 y ktte=222	sp(165)=2664,sdig=1+6+5=12 y ktte=222	sp(198)=3996, sdig=1+9+8= 18 y ktte=222
sp(132)=1332,sdig=1+3+2=6 y ktte=222	sp(166)=2886, sdig=1+6+6= 13 y ktte=222	sp(199)=4218, sdig=1+9+9= 19 y ktte=222
sp(133)=1554,sdig=1+3+3=7 y ktte=222		

Tabla 2: corrida del programa 2
Fuente : elaboración propia

Implicaciones de los 2 teoremas anteriores

De lo antes indicado en las secciones 3.1 y 3.2 se obtuvieron las ecuaciones 1 y 2 las cuales pueden expresarse en la forma:

$$SP(2dig) = 11\,(a+b)$$
$$SP(3dig) = 222\,(a+b+c) = 2 * 111\,(a+b+c)$$

Se puede apreciar que en lo anterior que la suma de la permutación (tiene 11 para 2 dígitos y 111 para 3 dígitos) además ambas expresiones dependen de la suma de dígitos del numero (a+b) y (a+b+c) en el caso de 2 o 3 dígitos respectivamente.

Como es sabido 4!=24,5!=120 y 6!=720 entonces tomando como número de 4,5 y 6 dígitos una seguidilla de 8 en cada caso (para que todos los números al permutarse sean idénticos y no tener que buscar los respectivos números de permutación para poder sumar mas fácilmente) se obtiene que las sumas para dichos casos se pueden expresar en las formas:

$$SP(8888) = 24 * 8888 = 6 * 1111 * (4 * 8)$$
$$SP(88888) = 120 * 88888 = 24 * 11111 * (5 * 8)$$
$$SP(888888) = 720 * 888888 = 120 * 111111 * (6 * 8)$$

De lo anterior al considerar los dígitos en forma general se obtiene que:

$$SP(4dig) = 6 * 1111 * (a + b + c + d) \quad (ecuación\ 4)$$
$$SP(5dig) = 24 * 11111 * (a + b + c + d + e) \quad (ecuación\ 5)$$
$$SP(6dig) = 120 * 111111 * (a + b + c + d + e + f) \quad (ecuación\ 6)$$

En las ecuaciones 4, 5 y 6 anteriores surgen las seguidillas de tantos 1 como dígitos del número y la suma de dígitos en la misma cantidad de dígitos del número que se expresa como suma de las letras en el orden alfabético. Sin embargo, es importante señalar que los números que faltan en esas ecuaciones son 6=3!, 24=4! y 120=5!, que en cada caso corresponden a la cantidad de números o longitud de números disminuida en 1 y colocada en factorial.

De lo antes expuesto si se denota por *SP(ndig)* a la suma de la permutación de un número cualquiera *n* con sus dígitos tomados en orden alfabético de izquierda a derecha, entonces puede verse que si la longitud del número es *l (n)* que proviene del conteo del número de dígitos y *sdig (n)* que es la suma de los dígitos que conforman a *n*, entonces puede formularse un teorema fundamental para el desarrollo de cualquier suma de números independientemente de su cantidad de dígitos que se obtiene de un proceso de comprobación 2 a 6 dígitos, es decir, en una forma inductiva, por lo cual se enunciará y no se demostrará, sino que se mostrará que de él se desprenden todos los resultados

Teorema fundamental de suma de números de cualquier permutación:

La suma de los números de una permutación a partir de un número inicial de ndig

Esta dada por :

$$SP(ndig) = \left[\sum_{i=0}^{l(n)-1} 10^i\right] * (l(n) - 1)! * sdig(n) \quad (ecuación\ 7)$$

Del teorema antes expresado anterior se deduce que:

$$SP(2) = (10^0 + 10^1) * (2-1)! * (a+b)$$
$$SP(2) = 11\,(1!)\,(a+b) = 11\,(a+b)$$
$$SP(3) = (10^0 + 10^1 + 10^2) * (3-1)! * (a+b+c)$$
$$SP(3) = 111\,(2!)\,(a+b+c)$$

Y así se obtendrían similarmente:

$$SP(4) = 1111\,(3!)\,(a+b+c+d)$$
$$SP(5) = 11111\,(4!)\,(a+b+c+d+e)$$
$$SP(6) = 111111\,(5!)\,(a+b+c+d+e+f)$$

En general, en cualquier suma de números de un permutación se tendrán hasta infinito tantos 1 como los que tenga el número base de la permutación, tendrá el factorial de la cantidad de dígitos del número disminuido en 1 y tantas letras del alfabeto como dígitos tenga el número n. es decir, de esta forma se generaliza el comportamiento de la suma de dígitos de la permutación de cualquier número de 2 dígitos hasta infinitos dígitos.

Es importante indicar que la variación de las posiciones de dígitos en un número hace la SP(n) respectiva sea igual a la de cualquier número previo que posean los mismos dígitos ocupando diferentes valores posicionales.

Conclusión

Los teoremas desarrollados respecto al tema de la suma de números de permutación constituyen aspectos novedosos en la teoría de números, ya que este campo ha sido muy poco explorado por los matemáticos y ofrece una forma muy simple de trabajar con los números que resulten de cualquier permutación a partir de un número inicial cualquiera que puede poseer de 2 a infinitos digitos. Además, este artículo permite apreciar la importancia de la inducción matemática en la obtención de resultados que permiten simplificar impresionantes cálculos, lo cual le da relevancia y significatividad a los teoremas que han sido deducidos y demostrados.

Referencias bibliográficas

Acerbi, F. (2003). «On the shoulders of Hipparchus: a reappraisal of ancient Greek combinatorics». Archivo de Historia de las Ciencias Exactas 57 (6): 465-502. JSTOR 41134173. MR 2004966. S2CID 122758966. doi:10.1007/s00407-003-0067-0.

Andrade, S. y Valdemoros, M. (2014). Enseñanza experimental del sistema de numeración decimal y la representación cognitiva del número. CLAME. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C. Capítulo 2. Propuestas para la enseñanza de las matemáticas. México.

Archila, A y Roa, S. (2025) Estructuras y Mecanismos mentales del concepto de permutación a través de la doble aplicación del ciclo de la Teoría APOE. Descargado de https://ponencias.ciaem-redumate.org/cemacyc/article/view/585/502

Artacho, A (2016) Factorial… 3! No es sorpresa o admiración hacia el tres. Descargado de la página web https://es.scribd.com/document/440193269/factorial

Baringo N (2023) La importancia de las permutaciones en la teoría de la probabilidad. Res Rep Math 7:2.

Britannica (2025) permutations and combinations. Descargado de la página web https://www.britannica.com/science/permutation

Craik, Alex D. D. (2005). «Prehistoria de la fórmula de Faà di Bruno». The American Mathematical Monthly 112 (2): 119-130. JSTOR 30037410. MR 2121322. S2CID 45380805. doi:10.1080/00029890.2005.11920176.

Datta, Bibhutibhusan; Singh, Awadhesh Narayan (2019). Springer Singapore, Aditya; Mahesh, K., eds. Studies in Indian Mathematics and Astronomy: Artículos seleccionados de Kripa Shankar Shukla. Fuentes y Estudios en la Historia de las Matemáticas y las Ciencias Físicas. pp. 356-376. S2CID 191141516. |editor1-last= y |editor= redundantes (ayuda). Revisado por K. S. Shukla a partir de un artículo publicado en Indian Journal of History of Science 27 (3): 231-249, 1992, MR 1189487. Véase p. 363.

Del amo B., I. (2024) ¿factoriales para qué lo utilizamos?. tomado de la página web https://www.smartick.es/blog/matematicas/numeros-enteros/ factoriales/

Elevated (2024) el valor posicional: explicación detallada. Descargado de la página web https://www.98thpercentile.com/blog/place-value-of-numbers/

Estopiñán M, Telot J. Contribución de la matemática discreta a la formación del ingeniero informático. 2017. 39, Matanzas : s.n., Septiembre de 2017, Atenas. Revista Científico Pedagógica., Vol. 3, págs. 18-30.

Gallego, G., y Uzuriaga, V. (2015). Implicaciones en la comprensión del Valor posicional. CIAEM. Conferencia Interamericana de Educación Matemática , 1-10.

Higgins, Peter (2008), Number Story: From Counting to Cryptography, New York: Copernicus, p. 12, ISBN 978-1-84800-000-1.

Hunt, Katherine (May 2018). «The Art of Changes: Bell-Ringing, Anagrams, and the Culture of Combination in Seventeenth-Century England». Journal9 of Medieval and Early Modern Studies 48 (2): 387-412. doi:10.1215/10829636-4403136.

Jadhav, Dipak (August 2021). «Jaina Thoughts on Unity Not Being a Number». History of Science in South Asia (University of Alberta Libraries) 9: 209-231. S2CID 238656716. doi:10.18732/hssa67.. Véase la discusión de la datación en la p. 211. Biggs, Norman L. (Mayo 1979). «Las raíces de la combinatoria». Historia Mathematica 6 (2): 109 -136. MR 0530622. doi:10.1016/0315-0860(79)90074-0.

Katz, Victor J. (2013). «Capítulo 4: Combinatoria judía». En Wilson, Robin; Watkins, John J., eds. Combinatoria: Ancient & Modern. Oxford University Press. pp. 109-121. ISBN 978-0-19-965659-2.

Knobloch, Eberhard (2013). «Capítulo 5: Combinatoria del Renacimiento». En Wilson, Robin; Watkins, John J., eds. Combinatoria: Ancient & Modern. Oxford University Press. pp. 123-145. ISBN 978-0-19-965659-2. Véase p. 126.

Latterell, C. M., & Wilson, J. L. (2022). Mathematics, mindsets, and what it means to be do-ers of math. Irish Educational Studies.

Lopez T., N. (2020) Cálculo combinatorio en la enseñanza de las matemáticas. Descargado de la página web https://joom.org.mx/files/ joom2_indexado/JOOM%20No%202_54-64.pdf

Magoni, I. (2022) ¿Qué es un factorial? Cómo calcular factoriales con ejemplos. descargado de la página web https://www.freecodecamp.org/news/what-is-a-factorial/

Maldonado, J. (2020). Pensamiento matemático en educación primaria. Perfiles Educativos, UNAM, Vol. XLII (168), pp. 45-60. Descargado de la página web https://revistas.unam.mx/index.php/perfiles.

Molina, S. (2025) El valor posicional de los números. descargado de la página web https://www.smartick.es/blog/matematicas/numeros-enteros/valor-posicional-numeros/.

Montagud N (2025) Técnicas de conteo: tipos, cómo utilizarlas y ejemplos. Descargado de https://psicologiaymente.com/miscelanea/tecnicas-de-conteo

Nava G.,A (2025) El color de las matemáticas: el extraño caso del valor posicional. Descargado de la página web

https://vinculando.org/articulos/el-color-de-las-matematicas-el-extrano-caso-del-valor-posicional.html

Quintana A. , J; Díaz B., T y Rosete S., A. (2021) Procedimientos didácticos para aplicar conjuntos de resultados en el desarrollo de la habilidad resolver problemas combinatorios. Revista Cubana de Ciencias Informáticas, vol. 15, núm. 2, 2021, pp. 158-182 Editorial Ediciones Futuro

Terán, X. y De-Oleo-Comas, A. (2021) Enseñanza de permutaciones a estudiantes de educación superior mediante el uso de un juego clásico. April 2021IPSA Scientia revista científica multidisciplinaria 6(2):10-25. DOI:10.25214/27114406.106. Revista Científica Multidisciplinaria . ISSN: 2711-4406 | e-ISSN:2744-8355. Abril-Junio 2021, Vol. 6, Nro. 2, pp. 10-25. Descargado de la página web https://www.researchgate.net/publication/352496999_Ensenanza_de_permutaciones_a_estudiantes_de_educacion_superior_mediante_el_uso_de_un_juego_clasico