Revista Arbitrada Venezolana del Núcleo Costa Oriental del Lago

impacto Científico

Universidad del Zulia

Diciembre 2022
Vol. 17 Nº 2

ppi 201502ZU4641
Esta publicación científica en formato digital
es continuidad de la revista impresa
Depósito Legal: pp 200602ZU2811 / ISSN:1856-5042
ISSN Electrónico: 2542-3207

Impacto Científico
Revista Arbitrada Venezolana
del Núcleo LUZ-Costa Oriental del Lago
Vol. 17. N°2. Diciembre 2022. pp. 319-334

Sobre la generación de los números primos: De la función pr=n+2, a la evasión de las congruencias de los números compuestos

Alexander Villarroel y Francisco Villarroel
Investigadores independientes. Carúpano, Venezuela
trabajos_alexvilla@hotmail.com. Orcid: 0000-0002-4628-1894
fjvillr02@gmail.com. Orcid: 0000-0002-9159-5892

Por el contrario, los números primos son un auténtico incordio: aparecen donde quieren, sin previo aviso, de una forma aparentemente caótica, y sin seguir ningún tipo de regla. Y lo peor del caso es que no se pueden ignorar: son la esencia de la aritmética y, hasta cierto punto, de toda la matemática.

Enrique Gracián (2010) ***Los números primos. Un largo camino al infinito.*** Página 2.

Resumen

Este articulo presenta un método novedoso de creación original que se basa en una función simple y la posterior evasión de las congruencias de los números compuestos, de manera que se evite la evaluación de la función en dichos valores, con lo cual se obtiene un método de evaluación directo que permite ir hallando los números primos con una mayor velocidad, ya que no se requiere la verificación de primalidad de las imágenes de la función.

Palabras claves: congruencias y sucesiones, función, la criba de Eratóstenes, pruebas de primalidad, números primos y compuestos

RECIBIDO: 30/06/2022 ACEPTADO: 09/09/2022

On the generation of prime numbers: from the function pr=n+2, to the evasion of the congruences of composite numbers

Abstract

This article presents a novel method of original creation that is based on a simple function and the subsequent evasion of the congruence of the composite numbers, in such a way that the evaluation of the function in said values is avoided, with which a method of direct evaluation that allows finding the prime numbers with greater speed, since the verification of primality of the images of the function is not required.

Keywords: congruences and sequences, function, primality, prime numbers, composite numbers

Introducción

La historia de las matemáticas señala que el problema de los números primos es sumamente fascinante ya que tiene aproximadamente 2300 años de estudio y respecto a ellos han tratado infinidad de matemáticos como Euclides, Pitágoras, Pierre de Fermat, Frenicle de Blessy, Euler, Gauss, Goldbach, Riemann, entre otros de una interminable lista, los cuales fueron fascinados, como lo han sido muchísimos otros personajes hasta los tiempos de la actualidad.

ABC ciencia (2014) al hablar sobre los números primos afirma que “Es uno de los problemas matemáticos más antiguos del mundo. El griego Euclides (325-265 años a.C.)” y ABC ciencia (2020) también afirmó que “Cierto o no, es innegable que los números, y entre ellos los primos, nos acompañan desde nuestros orígenes más remotos”.

Por otra parte, según referencias de Openmind (2019) “Hace más de 3.550 años, un escriba egipcio llamado Ahmes escribió un papiro en el que consignó de diferente manera aquellas fracciones cuyos denominadores eran números primos. El dato suele citarse como muestra de que el conocimiento y la búsqueda de estos peculiares números son casi tan viejos como el pensamiento humano; una búsqueda que ha alcanzado cotas casi inconcebibles en el último par de décadas”.

Estas citas afirman que el problema de los números primos es un problema tan antiguo como complicado que ha superado los mejores esfuerzos de los matemáticos que han existido y es tema de estudio de los más afamados matemáticos de la actualidad.

Al respecto, según Gracián (2010., p.25) "el (problema) de los números primos es uno de esos temas mayores cuyo estudio nos remite a los inicios mismos de la matemática y nos conduce, en un recorrido de creciente complejidad, hasta la cresta de la ola de la ciencia contemporánea".

Por otra parte, se dice que el problema de los números primos es uno de los más difíciles que existen, lo cual ha sido afirmado por grandes matemáticos que han llegado a decir frases importantes que muestran la gran complejidad, el caos, la falta de orden, las complicaciones y el misterio que envuelve a dichos números, entre otros aspectos que muestran que para ellos era un problema sumamente importante y controversial.

Preliminares

A continuación, se definen una serie de términos matemáticos que tienen relación con el desarrollo del método que se presenta en este artículo y en cada uno de ellos se incorporan pequeñas explicaciones para ir acercando a los lectores a las nociones que explican la forma en que funciona el método, lo cual se considera pertinente, pues estos conceptos se relacionan mucho con el tema de los números naturales, los números compuestos y sobre todo con los números primos.

El conjunto de definiciones y ejemplos funciona como una especie de marco teórico que sirve como referencia teórica para la sustentación del método expuesto.

Congruencias y sucesiones

Según Gracián (2010., p.97) "En aritmética modular se habla de congruencias en vez de igualdades, de manera que la forma correcta de referirse a la expresión $17 \equiv 2$ modulo 5 es «17 es congruente con 2 módulo 5». Para saber si dos números cualesquiera son congruentes módulo 5 basta con hacer la diferencia y ver si el resultado es múltiplo de 5. En el ejemplo anterior, tendríamos $17 - 2 = 15$, que es múltiplo de 5, ya que 3*5=15.

$82 \equiv 58 \pmod 4$ porque $82 - 58 = 24$,que es múltiplo de 4.

El lector puede verificar que 17 entre 5 da 3 y deja resto 2 y al intentar dividir 2 entre 5 sucede que no es posible dividir, es decir, el cociente sería 0 y el resto es el 2. Si tenemos dos números congruentes se puede formar una sucesión de números que tengan la misma congruencia, es decir, que dejen el mismo resto de división al dividir entre el valor que sigue luego de la palabra módulo, lo cual es avanzar en el concepto de congruencia, ya que da una visión más general de su uso.

Así, por ejemplo, si decimos: $5 \equiv 2 \pmod 3$, se puede relacionar fácilmente con la sucesión con primer término 2 y que tiene razón 3. Esta es la sucesión dada por:

$\{2+3n\}=\{2,5,8,11,14,17,20,23,26,29,32,35,38,41,44,47,50,\ldots\}$

De igual forma la expresión $9 \equiv 4 \pmod 5$, se puede relacionar fácilmente con la sucesión con primer término 4 y que tiene razón 5. Esta es la sucesión cuyos primeros términos son:

$\{4+5n\}=\{4,9,14,19,24,29,34,39,44,49,54,59,64,69,74,79,84,\ldots\}$

La congruencia permite considerar a muchos números dentro de una sucesión aritmética de un determinado término inicial y una cierta razón y en este artículo es una idea fundamental (la cual no han considerado los matemáticos en el estudio de los primos más allá de 6n-1 y 6n+1), ya que aquí se usa esta teoría del gran Carl Friedrich Gauss para hallar los grupos de congruencias o sucesiones dentro de los cuales se encuentran todos los números compuestos.

Partiendo entonces, del orden de los compuestos (he desarrollado un pensamiento divergente) se busca eliminar los grupos que guardan el orden, para llegar al ansiado desorden de los números primos y quedar con un grupo de valores donde reina el caos, pero que sirven para el propósito de encontrar los primos que según la teoría sobre primos no tienen reglas, ya que según muchos matemáticos se caracterizan por el caos y por el desorden que es atribuido desde sus orígenes a los números primos.

Pruebas de primalidad

Según Bernaschini (2017, p.31) “Determinar si un cierto número es primo o compuesto se denomina problema de primalidad. Y los métodos que dan con la solución son algoritmos conocidos como test de primalidad. Existen dos tipos de test, lo deterministas y los probabilísticos”. Esta investigadora presenta una perspectiva respecto a los mencionados tests o pruebas de primalidad cuando afirma que “Los test deterministas son capaces de afirmar con absoluta certeza la primalidad de un número dado. En cambio, los test probabilísticos sólo nos indican qué tan probable es que dicho número sea primo, sin ningún tipo de garantía matemática”

Si bien la criba de Eratóstenes es un método determinista para el análisis de primalidad, es ineficiente cuando se aplica a números grandes, pues requiere de tiempos de cómputo muy prolongados. Otro resultado teórico muy bello que podría ser utilizado como test de primalidad determinista es el llamado Teorema de Wilson que establece que

“El número entero $n > 1$ es primo si y sólo si n divide a $(n - 1)! + 1$.”

Desafortunadamente, al igual que la criba de Eratóstenes, en la práctica, usar el Teorema de Wilson para determinar la primalidad de un número dado es muy costoso computacionalmente.

En el año 2002 un grupo de investigadores desarrolló un test de primalidad determinista con la característica de ser un algoritmo que se ejecuta en tiempo polinomial. Sin entrar en detalles técnicos, eso quiere decir que el tiempo que le lleva a una computadora completar el procedimiento es bastante “aceptable".

Si el lector se percata de lo expresado por la autora citada, y bajo nuestra perspectiva matemática, los métodos deterministas tienen fallas por varios motivos, entre los que se encuentran los siguientes:

- No son óptimos cuando el número es muy grande, es decir, que se complica su cálculo manual y su tiempo de cálculo son muy prolongados.
- Son computacionalmente costosos, es decir, exige aplicar muchas divisiones, lo cual gasta gran tiempo de ejecución en cualquier lenguaje de programación que se use. Es decir, que gastan mucho tiempo de procesamiento, con lo cual se afectan los discos duros y las unidades lógico-aritméticas de las computadoras, incluso de las llamadas supercomputadoras.(seguramente un experto en computación puede explicar esto de una forma más razonable y más fácilmente comprensible)
- Los métodos que se usan generalmente se basan en una factorización de los vecinos al número para dar un comentario acerca de su posible primalidad, cuando a veces los factores de los números son de muchos cientos de dígitos.
- Los métodos de primalidad se complican a medida que los números van creciendo.

Una de las cosas que se propone en este artículo es saltar esta barrera de la primalidad (que se expresa en demostrar que no existe la divisibilidad entre algún número 2 y n-1) lo hacemos por medio de la consideración de los modularidades de los números compuestos, ante lo cual queda un grupo de números que en forma obligante dan sólo resultados primos. Es por ello, que, en este artículo, se presenta un método que ahorrará mucho tiempo de programación, pues no se basa en ninguna complicada estrategia de primalidad sino en la evasión de los números compuestos, con lo cual, lo que nos queda es sólo la generación de los primos en una forma más efectiva.

La criba de eratóstenes

Según Bernaschini (2017, p.31) el primer test determinista surgió en el siglo II a. C. y se conoce como la criba de Eratóstenes (276-194 a.C), quien fue un matemático y astrónomo griego contemporáneo a Arquímedes. La criba de Eratóstenes no sólo permite deducir la primalidad de un número dado n, sino que también encuentra todos los números primos menores que n y funciona de la siguiente manera: Se arma una tabla con todos los números comprendidos entre 2 y n.

- A continuación, se tachan todos los múltiplos de 2.
- El primer número que no ha sido tachado en la tabla (el 3) será número primo. Luego se tachan todos los múltiplos de ese número (los múltiplos de 3),
- Se repiten los pasos anteriores hasta el último número menor o igual a √n.

1	**2**	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
41	42	**43**	44	45	46	**47**	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	**59**	60
61	62	63	64	65	66	**67**	68	69	70
71	72	**73**	74	75	76	77	78	**79**	80
81	82	**83**	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	**97**	98	99	100

Tabla 1. Criba de Eratóstenes hasta n = 100
Fuente: Enrique Gracián. Los números primos.

Obsérvese que la criba finaliza cuando se llega al número 10, que es la raíz cuadrada de 100. En general, para encontrar todos los primos menores que un número N dado, basta con realizar la criba para los números menores o iguales a √N. Esto nos proporciona un método para encontrar primos menores que otro dado. Dicho método se sigue utilizando actualmente, más de dos mil años después de su creación, para encontrar primos pequeños, menores que diez mil millones. Dado que la Criba de Eratóstenes es el método más antiguo para generar los primos, hemos tomado algunas ideas relacionadas con la eliminación de los números compuestos dando un salto adelante con la consideración de las imágenes de la función y de los conceptos de congruencia y de modularidad de Gauss, que es una idea un poco diferente a la consideración de los múltiplos que es la forma usual en la que trabajó Eratóstenes.

Aquí se inserta la idea de una tabla de modularidades que sigue un patrón de comportamiento que es muy ordenado y luego al eliminar dichos valores que generan números compuestos (De (2)) al evaluar en (A) queda el conjunto de números naturales que generan números primos, es decir, el conjunto (1)

Números primos y compuestos

Según Mora (2010, p.17) “Un entero p > 1 se dice primo si sus únicos divisores son 1 y p. Si p no es primo, se dice compuesto”. En efecto, un número compuesto, es como mínimo producto de dos números primos, los cuales pueden ser iguales solo en el caso de un número cuadrado.

Según Bernaschini (2017, p.30) en términos modernos, un número primo es un número natural distinto de 1 que sólo es divisible por 1, −1, por sí mismo y por su opuesto. Por ejemplo, 5 es un número primo, pues sólo es divisible por 1, −1, 5 y −5; en cambio 6 no es un número primo, ya que además de ser divisible por 1, −1, 6 y −6, es divisible por 2 y −2. A los números que no son primos se los llama números compuestos.

En general, aunque actualmente hay la definición considerando también los divisores negativos de los números. Para efectos del presente artículo se consideran solo los divisores en el conjunto de los naturales.

Los números primos son los bloques constitutivos de los números enteros. Esto quiere decir que todo número entero distinto de 0, 1 y −1 se factoriza de forma única como producto de números primos, por ejemplo 440 = 23□ 5 □ 11, donde 2, 5 y 11 son números primos. Este hecho se conoce en matemática como el Teorema fundamental de la aritmética, y fue Euclides quien lo demostró por primera vez.

Según García (2005, p.87) Supongamos p > 1 un entero perteneciente al conjunto N = {0, 1, 2, 3, ...} de los números naturales. Se dice que p es un número primo absoluto o, simplemente, primo, cuando los únicos divisores que admite en ese campo de los naturales es el 1 y el propio p. Según este criterio de la definición, son primos los números 2, 3, 5, 7, 11, ... No lo son, 4, 6, 8, 9, 10, ...

Resultados

A continuación, con la consideración de los aspectos teóricos y conocimientos antes presentados en la sección materiales y métodos, los cuales permitirán la creación de un método que permite la generación de los números primos

La función f(n)=n+2 y su evaluación en ℵ

Una función como f(n)=n+2 es una expresión matemática en la cual al sustituir la variable (que en este caso es n) se obtiene una imagen o valor que corresponde a f(n). Para efectos de este artículo buscamos por su importancia los puntos (n, f(n)) donde f(n) sea primo.

$$f(n) = n+2 \tag{ec.1}$$

Al evaluar valores de n para obtener números primos con los primeros naturales se obtiene los siguientes conjuntos:

n_p=1,3,5,9,11,15,17,21,27,29,35.... (ec.2)

En (ec. 2) se presenta "n_p que son los naturales generadores de números primos"

n_c=2,4,6,7,8,10,12,13,14,16,18,19,20,22,23,24,25,26,28,30,31,...(ec.3)

y en (ec.3) se muestra "n_c que son los naturales generadores de números compuestos".

Se puede decir entonces, que los números naturales son obviamente la unión del número 1 (que no es primo ni compuesto) con los conjuntos disjuntos Np y Nc, que son los valores de los naturales que producen números primos y compuestos, respectivamente, es decir, que:

$$\boldsymbol{n_p} \cup \boldsymbol{n_c} \cup \{\mathbf{1}\} = \aleph \quad \mathbf{y}\, \boldsymbol{n_p} \cap \boldsymbol{n_c} = \emptyset \qquad (\boldsymbol{ec}.\mathbf{4})$$

En este caso trabajamos solo hasta el número 35 y el lector puede verificar que no hay excepciones, es decir, que se abarcan todos los números naturales hasta el 35.

La idea que motiva el siguiente artículo es la aritmética modular o las congruencias que tienen los números de (ec.3), es decir, que considerando que números primos son caóticos debe cumplirse de igual modo que el conjunto de naturales que los genere (n_(p)) para una determinada función también lo sea. En consecuencia, no tiene sentido estudiar algún orden en n_p, pero si es razonable estudiar un posible orden en n_c. De hacer eso, es necesario observar que si se considera un sentido de orden es fácil ver que la sucesión de pares se aprecia fácilmente en (ec. 3) desde 2 hasta 34. El lector puede apreciar que en (ec.1) es imposible que un par pertenezca a (ec.2) por el hecho de que ningún par genera algún primo si se evalúa (ec.1)

De considerar una mayor extensión de n_c la cual presentamos hasta 100 vemos que el conjunto Nc se extiende de la siguiente manera:

n_c=2,4,6,7,8,10,12,13,14,16,18,19,20,22,23,24,25,26,28,30,31,32,33,34,36,37,38,40,42,43,44,46,47,48,49,50,52,53,54,55,56,58,60,61,62,63,64,66,67,68,70,72,73,74,75,76,78,79,80,82,83,84,85,86,88,89,90,91,92,93,94,96,97,98,... (ec.5)

El lector puede apreciar en (ec.5) que al tomar los pares que conforman la sucesión 2n o 2n+2 quedan los números

7, 13, 19, 23, 25, 31, 33, 37, 43, 47, 49, 53, 55, 61, 63, 67, 73, 75, 79, 83, 85, 89, 91, 93, 97, (*)

Cuando se extiende Nc se puede apreciar que (ec.5) es la reunión de elementos de varias sucesiones como lo son 2+2n, 4+3n, 6+4n, 8+5n, 10+6n y así sucesivamente, y mientras más se avanza en los elementos de (ec.3), es decir, los números naturales que no generan primos al sustituir en (A) se abarcan todas las sucesiones de la forma:

(2k)+ (k+1)n para toda k≥1,con n≥0 (ec.6)

Al darle sentido, a lo que quiere significar la (ec.6) se tendría una manera de hallar a todos los elementos mostrados en (ec. 5) y los siguientes los cuales pueden ser presentados en una tabla de congruencias de números compuestos de esa manera se abarca (ec.5) que es una generalización de (ec.3) y en consecuencia si se descartan todos los valores de (ec.3) de los naturales así como el numero 1 solo quedaran el conjunto de valores que solamente genera a los números primos. En efecto, al desarrollar la tabla de congruencia de los generadores de números compuestos

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49	52	55	58	61
6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70	74	78	82
8	13	18	23	28	33	38	43	48	53	58	63	68	73	78	83	88	93	98	103
10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100	106	112	118	124
12	19	26	33	40	47	54	61	68	75	82	89	96	103	110	117	124	131	138	145
14	22	30	38	46	54	62	70	78	86	94	102	110	118	126	134	142	150	158	166
16	25	34	43	52	61	70	79	88	97	106	115	124	133	142	151	160	169	178	187
18	28	38	48	58	68	78	88	98	108	118	128	138	148	158	168	178	188	198	208
20	31	42	53	64	75	86	97	108	119	130	141	152	163	174	185	196	207	218	229
22	34	46	58	70	82	94	106	118	130	142	154	166	178	190	202	214	226	238	250
24	37	50	63	76	89	102	115	128	141	154	167	180	193	206	219	232	245	258	271
26	40	54	68	82	96	110	124	138	152	166	180	194	208	222	236	250	264	278	292
28	43	58	73	88	103	118	133	148	163	178	193	208	223	238	253	268	283	298	313
30	46	62	78	94	110	126	142	158	174	190	206	222	238	254	270	286	302	318	334
32	49	66	83	100	117	134	151	168	185	202	219	236	253	270	287	304	321	338	355
34	52	70	88	106	124	142	160	178	196	214	232	250	268	286	304	322	340	358	376
36	55	74	93	112	131	150	169	188	207	226	245	264	283	302	321	340	359	378	397
38	58	78	98	118	138	158	178	198	218	238	258	278	298	318	338	358	378	398	418
40	61	82	103	124	145	166	187	208	229	250	271	292	313	334	355	376	397	418	439

Tabla 2. *Congruencias de números compuestos*
Fuente: *Elaboración propia.*

Características de la tabla de congruencia

1. En la línea 1 se puede apreciar que si se aumentan las columnas de la tabla se abarcarían todos los pares tomados de 2 en 2.
2. Si se aprecian las demás filas tenemos lo siguiente:

   2.1. En las filas pares cada una de las posiciones impares es un número par, mientras que cada una de las posiciones pares está ocupada por un número impar. Por tanto, se deben eliminar las posiciones impares de las filas pares.

   2.2. En las filas impares, es decir, la 3, 5, 7, 9, y hasta infinito solo se obtienen valore pares, por lo cual es obvio que se pueden eliminar dichas filas porque todos sus elementos están comprendidos en la fila 1, por lo cual pueden ser eliminadas sin problemas.

Del análisis de las características, el lector puede apreciar que en la tabla hay repetición de valores, las cuales se deberían evitar a fin de poder listar o tabular solamente aquellos números que no se repiten y lograr optimizar dicha tabla de manera que el método que se piensa implementar sea siempre más eficiente.

Por tanto, se debe hacer una modificación de la tabla anterior tomando en cuenta las características presentadas previamente de forma que no haya repeticiones de valores en la tabla. Para ello se hace necesario hacer una modificación de (ec. 6) de manera que no se den repeticiones.

Entonces podemos indicar que la tabla de congruencia puede abreviarse, descartando totalmente los números pares, ya que ellos nunca al ser sustituidos en $f(n)=n+2$ pueden generar los números primos y de acuerdo a las características de la tabla de congruencias los impares que se deben eliminar están en la familia de sucesiones de la forma:

$(6k+1)+(4k+2)n$ con $n\geq 0$ y $k\geq 1$ (ec.7)

- Para la (ec.7) si se sustituyen valores de $k=1$ y se toma $n\geq 0$ entonces se obtiene la sucesión de la forma $7+6n$ que contiene los números:

  $\{7+6n\}=\{7,13,19,25,31,37,43,49,55,61,67,73,79,85,91,97\}$ (ec. 8)

- Para la (ec.7) si se sustituyen valores de $k=2$ y se toma $n\geq 0$ entonces se obtiene la sucesión de la forma $13+10n$ que contiene los números:

  $\{13+10n\}=\{13,23,33,43,53,63,73,83,93,103,113,\ldots\}$ (ec. 9)

- Para la (ec.7) si se sustituyen valores de $k=3$ y se toma $n\geq 0$ entonces se obtiene la sucesión de la forma $19+14n$ que contiene los números:

  $\{19+14n\}=\{19,33,47,61,75,89,103,117,131,145,\ldots\}$ (ec.10)

- Para la (ec.7) si se sustituyen valores de $k=4$ y se toma $n\geq 0$ entonces se obtiene la sucesión de la forma $25+18n$ que contiene los números:

  $\{25+18n\}=\{43,61,79,97,115,133,151,169,187,205,\ldots\}$ (ec.11)

A pesar del esfuerzo realizado no se pueden eliminar los valores repetidos en forma total ya que hay valores que terminan en 3 en varias de las sucesiones que se han formado y se han ido numerando como (ec.8) a (ec.11).

Todo ello obliga al uso de paquetes de cómputos o al uso de los lenguajes de programación que lleven a un mayor nivel de simplificación del trabajo de hallar los valores sin repetición y más efectivamente. Sin embargo, es incuestionable el enorme resumen que efectúa el uso (de ec. 7) en vez de (ec.6)

Pues del hecho de considerar que en (ec.7) se elimina las filas impares y prácticamente la mitad de los términos de las filas impares del cuadro que se genera a partir de (ec.6) se puede apreciar un enorme avance en el proceso de descartes o evasión de valores que generan números compuestos.

A continuación se presenta un programa donde se hace la evaluación de la (ec.1) con los naturales, en el cual se aplica una discriminación o prueba de primalidad. De cumplirse se genera la lista de ec.2 que es lo que se presenta en programa 1 y de no cumplirse la condición de primalidad se genera la lista de (ec.3) que se amplía en (ec.5)

Programa 1

Generación de números primos a partir de la función f(n)=n+2

Aquí presentamos los números y las imágenes en paréntesis lo cual se evidencia en la corrida del programa

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
int main ()
{
long int n, pr, raiz, d, sd ;
for (n=1; n<100; n++)
{
pr=n+2;   /*se evalúa pr para números de 1 a 100*/
d=2; sd=1;
while (d<pr)   /*se estudian divisores hasta el divisor menor al número pr resultante*/
{
if (pr%d==0) /*prueba de divisibilidad del número entre cada divisor*/
sd=sd+d;
d++;
}
if (sd==1)       /*si d no es 1 entonces no es primo*/
printf("%ld(%ld)-", n, pr);
}
return 0;
}
```

Corrida del programa 1

1(3)-3(5)-5(7)-9(11)-11(13)-15(17)-17(19)-21(23)-27(29)-29(31)-35(37)-39(41)-41(43)-45(47)-51(53)-57(59)-59(61)-65(67)-69(71)-71(73)-77(79)-81(83)-87(89)-95(97)-99(101)-

Si se quita la impresión de lo que está en paréntesis en la corrida entonces queda la siguiente lista de valores.

1-3-5-9-11-15-17-21-27-29-35-39-41-45-51-57-59-65-69-71-77-81-87-95-99-

Que corresponde a los números de ec.2 cuando se continúan las pruebas hasta 100.

Programa 2

Generación de números compuestos a partir de la función f(n)=n+2

Aquí presentamos los números y las imágenes en paréntesis lo cual se evidencia en la corrida del programa

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
int main ()
{
long int n, pr, raiz, d, sd ;
for (n=1; n<100; n++)
{
pr=n+2;   /*se evalúa pr para números de 1 a 100*/
d=2; sd=1;
while  (d<pr)    /*se estudian divisores hasta el divisor menor al número pr resultante*/
{
if (pr%d==0) /*prueba de divisibilidad del número entre cada divisor*/
sd=sd+d;
d++;
}
if (sd!=1)        /*si d no es 1 entonces no es primo*/
printf("%ld(%ld)-", n, pr);
}
return 0;
}
```

Corrida del programa

2(4)-4(6)-6(8)-7(9)-8(10)-10(12)-12(14)-13(15)-14(16)-16(18)-18(20)-19(21)-20(22)-22(24)-23(25)-24(26)-25(27)-26(28)-28(30)-30(32)-31(33)-32(34)-33(35-)-34(36)-36(38)-37(39)-38(40)-40(42)-42(44)-43(45)-44(46)-46(48)-47(49)-48(50)-49(51)-50(52)-52(54)-53(55)-54(56)-55(57)-56(58)-58(60)-60(62)-61(63)-6-

2(64)-63(65)-64(66)-66(68)-67(69)-68(70)-70(72)-72(74)-73(75)-74(76)-75(77)-76(78)-78(80)-79(81)-80(82)-82(84)-83(85)-84(86)-85(87)-86(88)-88(90)-89(91)-90(92)-91(93)-92(94)-93(95)-94(96)-96(98)-97(99)-98(100)-

Si se quita la impresión de lo que está en paréntesis en la corrida entonces queda la siguiente lista de valores.

2-4-6-7-8-10-12-13-14-16-18-19-20-22-23-24-25-26-28-30-31-32-33-34-36-37-38-40-42-43-44-46-47-48-49-50-52-53-54-55-56-58-60-61-62-63-64-66-67-68-70-72-73-74-75-76-78-79-80-82-83-84-85-86-88-89-90-91-92-93-94-96-97-98-

El lector se puede percatar que esta lista se corresponde en forma totalmente exacta con (ec.5) de esta manera se puede ver la efectividad de la tabla de congruencias, ya que la misma contiene los números indicados y muchos más para los cuales al evaluar siempre se obtienen números compuestos.

Generalidad de la tabla de congruencias

A estas alturas el lector tiene ideas de que si se descarta el conjunto de los generadores de números compuestos obviamente se queda con una lista de números naturales que generan primos.

Pero como se prueba la generalización de la tabla de congruencias.

El lector puede apreciar que la tabla de congruencias debido a su simetría puede escribirse como un triángulo si se aplica la propiedad de girar su parte izquierda 45 grados en sentido horario como se muestra en la siguiente figura

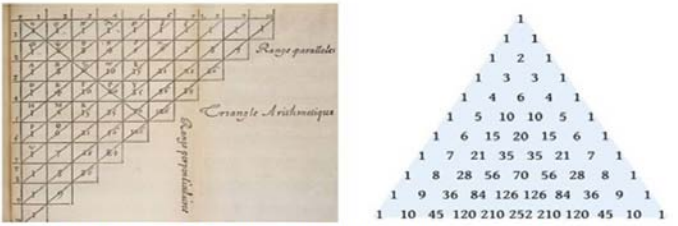

Figura 1: El triángulo de Pascal (figura original de Pascal de 1654 y la usada actualmente).
Fuente: https://culturacientifica.com/2017/07/19/triangulando-pascal-versus-sierpinski/

Al hacer el giro de la tabla de congruencias en sus doce primeras filas se obtiene el triangulo

2
4 4
6 7 6
8 10 10 8
10 13 14 13 10
12 16 18 18 16 12
14 19 22 23 22 19 14
16 22 26 28 28 26 22 16
18 25 30 33 34 33 30 25 18
20 28 34 38 40 40 38 34 28 20

Figura 2: forma triangular de la tabla de congruencias
Fuente: elaboración propia.

En dicho triangulo están las sucesiones de la forma 2+2n, 4+3n, 6+4n, 8+5n y todas las sucesiones de la forma

$$2k+(k+1)n \text{ con } k\geq 1 \text{ y comenzando en } n\geq 0$$

Las cuales se encuentran de izquierda a derecha observando las diagonales.

La generación de los términos de este triangulo está regida por una propiedad de suma cruzada que se puede explicar así:

"para cada 4 términos que forman una cruz se cumple que la suma de los dos valores en la horizontal aumentado en 1 es igual a la suma vertical".

Aplicando la propiedad anterior se pueden generar en el triángulo anterior infinitas filas siempre utilizando esa misma propiedad lo que muestra una forma de generalizar bien sea el cuadro o el triángulo de congruencias de generadores de números compuestos.

Conclusión

El método que se desarrolla en este artículo se fundamenta en un proceso de descarte similar a lo que aplica la Criba de Eratóstenes (ver Bernaschini (2017, p.31)) la cual anula o descarta a los generadores de los números compuestos y permita contar con un método simple de generación de los números primos.

Con la consideración de las sucesiones infinitas y de las congruencias que fueron una idea original de Gauss, se implementa una tabla de congruencias de los generadores de números compuestos lo que permite encontrar una forma de generalización como lo muestra (ec.5), la tabla de congruencia y la forma triangular de dicha tabla en cuanto a los elementos que conforman a (ec.3) y que al eliminarlos del conjunto de los naturales permiten dejar una lista de valores de los naturales en los cuales se resumen los naturales que explican "el misterio, el desorden, el caos y la falta de reglas de los primos" de una manera que salta la primalidad, problema que se relaciona ampliamente con la divisibilidad y que es una de las grandes barreras que han impedido poder seguir avanzando en cuanto a los números primos se refiere.

En base a lo anterior, con el método que se ha presentado en este artículo y el uso de la computacuión actual y sus grandes avances se puede avanzar sustancialmente en la generación de los números primos sin enfrentarse al tema de las multiples divisiones, requerimientos de tests de primalidad y las complicaciones de procesamiento que deben sufrir las computadoras, lo cual será muy ventajoso sobretodo en lo que se refiere a la generación de números pues una vez que se genera la lista de números generadores de números primos basta sumar cada valor mas 2 para hallar los números primos de una manera que es muy simple.

Entonces, gracias a la existencia de computadoras con amplia capacidad de procesamiento numérico (supercomputadoras) será posible generar números primos de cientos de miles y de millones de dígitos y es obvio que no habrá problemas en encontrar la lista generalizada de valores de (ec.5) y descartarla de los naturales para encontrar la ansiada lista (ec.2) en la cual al evaluar en la función $f(n)=n+2$ se obtendrán sin errores la lista de los números primos hasta donde se quiera.

Además, la facilidad del método desarrollado hace que mientras se puedan ir encontrando números compuestos según la tabla de congruencias que indican los valores donde hay compuestos al implementar el proceso descrito se podrán ir encontrando números primos cada vez mayores. En este sentido, para lograr resultados cada vez más exitosos y grandes lo que se necesita es mejoras a nivel de computadoras para aumentar su velocidad de generación y procesamiento de números para llenar las expectativas de avanzar hasta donde nunca se ha avanzado en relación "al misterio de los números primos" lo cual permitirá poder avanzar sustancialmente en la solución de otros problemas relacionados con dichos números

Un poema que explica el método

Darme cuenta del desorden tan primal,
de su caos y de su origen sin razón
me hizo crear una estrategia sin igual,
que supera toda imaginación
y que tiene un inicio espiritual.
Es observar que... de la composición
No se habla, ni se critica tan mal
Y buscar una nueva explicación
Que ninguno que existió pudo alcanzar.
viene el método sólo de buscar
y compuestos en un grupo acomodar,
para luego proceder a descartar
y los primos yo poderme así encontrar.

Referencias bibliográficas

ABC ciencia (2014). El enigma de los números primos, más cerca de resolverse

ABC CIENCIA (2020). El enigma de los números primos: Del hueso de Ishango al problema del Milenio

Bernaschini Eugenia (2017) NÚMEROS PRIMOS: UNA HISTORIA SIN FIN. Revista de Educación Matemática. Volumen 32, N° 3, páginas 29 – 36 V. Unión Matemática Argentina - Famaf (UNC)

García Merayo, Félix (2005) secretos de los números primos. Manual formativo de ACTA, ISSN 1888-6051, Nº. 37, páginas 87-97. Idioma español.

Gracián Enrique (2010) Los números primos: un largo camino al infinito Editorial: RBA LIBROS. 144 páginas. Publicado en España. ISBN: 9788498678185

Mora Flores, Walter (2010) Introducción a la Teoría de Números. Ejemplos y algoritmos. 1ra ed.– Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica..217 pp. ISBN Obra Independiente: 978-9968-641-11-1. 1. Teoría de números. 2. Algoritmos 3. Programación.

https://www.bbvaopenmind.com/ciencia/matematicas/caza-numeros-primos-a-quien-importa-y-por-que/