

Fundamentos que definen los objetivos de enseñanza de la matemática en pregrado

*Rexne Castro, María Inés Mendoza y Noraida Marcano
División de estudios para Graduados. Doctorado en Ciencias Humanas. Facultad de Humanidades y Educación. Universidad del Zulia. E-mail: director@dph@cantv.net, mimer@hotmai.com, noraespina@hotmail.com*

Resumen

El presente trabajo de carácter cualitativo, tiene como propósito desarrollar los constructos que definen los objetivos que se deben promover en el modelo de instrucción comunicacional, para la enseñanza de la matemática en pregrado, entendido como un proceso donde los participantes (docente y alumnos), con un esfuerzo común y compartido, puedan formalizar gradualmente el conocimiento matemático por estudiar. Metodológicamente se realizó una indagación documental-abductiva, que permitió inferir de forma clara y puntual las actividades instruccionales que propiciarán en los alumnos el dominio de competencias en el nivel de las acciones prácticas, de las operaciones cognitivas y en las interacciones sociales que se llevan a cabo en el aula.

Palabras clave: Educación, interacción, matemática, objetivos y competencias.

Principles that Define Teaching Objectives in Undergraduate Mathematics Courses

Abstract

The purpose of this qualitative research is to develop the constructs that define the objectives that should be promoted in the communicational instruction model for teaching undergraduate mathematics, understood as a process where the participants (teachers and students) in a joint effort can gradually formalize mathematical knowledge through study. Methodologically documentary-abductive questioning was undertaken which permitted a clear and direct inference as to instructional activities that provide students with competence at the level of practical action, and as to cognitive operations and social interactions that occur in the classroom.

Key words: Education, interaction, mathematics, objectives and competencies.

Introducción

Para organizar el proceso instruccional de la matemática en pregrado, así como el de otras disciplinas, el docente requiere dominar un conjunto de conocimientos multidisciplinarios, entre los cuales se encuentran los contenidos que ha de enseñar, los procesos mentales que se desarrollan en los alumnos cuando aprenden y debe poseer las habilidades para diseñar las experiencias de aprendizaje más pertinentes para que éstos adquieran los saberes estudiados.

Se entiende, por tanto, que los alumnos tendrán que aprender progresivamente el formalismo matemático propio de esta disciplina, en relación con la evolución de su estructura mental, durante las situaciones didácticas realizadas en un ámbito social de aula.

En atención al modelo de instrucción comunicacional propuesto, entendido como un proceso donde los participantes (docente y alumnos) con un esfuerzo común y compartido puedan formalizar gradualmente el conocimiento matemático por estudiar, se deben llevar a cabo una serie de acciones relacionadas con el “saber-hacer” inherentes al modelo.

En este contexto el profesor debe promover un grupo de actividades ecológicas, en las que debe participar activamente para estimular y motivar en los alumnos:

1. El desarrollo de competencias relacionadas con el redescubrimiento de conocimientos matemáticos que les permita realizar un trabajo responsable de acciones prácticas, ejecutadas en constante interac-

ción entre grupos de alumnos y con el profesor.

2. La evolución de estructuras mentales de significantes y significados matemáticos que se producen como resultado de haber consolidado en su intelecto la validez o falsedad de los mismos.
3. La necesidad de reflexionar críticamente sobre los signos lingüísticos de la matemática, en las discusiones que se realizan en el aula de clases, con el propósito de activar y regular el dominio de competencias que encierran los objetivos de acción práctica y de operaciones cognoscitivas, para así consolidar un aprendizaje significativo y socializado.

La presente investigación tiene como propósito indagar sobre los *objetivos de enseñanza* que se promueven durante el proceso donde los participantes docente-alumnos, en un esfuerzo común y compartido formalizan gradualmente el conocimiento matemático por estudiar, lo que permite descubrir los distintos constructos que definen los logros de los alumnos, de tal forma, que reflejen la adquisición de competencias demandadas por la disciplina matemática.

Estas consideraciones permiten formular la siguiente interrogante que sirvió como guía para el desarrollo de esta investigación: ¿cuáles son los constructos que definen los objetivos

que se deben promover en el modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en pregrado?

Para responder a esta interrogante, es necesario describir las características fundamentales del desenvolvimiento de la gerencia educativa de la matemática en pregrado, a fin de producir los constructos teóricos con un nivel real de pertinencia social. Pertinencia que se obtendrá mediante la praxis que permita extraer los distintos conceptos involucrados, con la intención de describir las competencias que los alumnos adquieran en las actividades educativas desarrolladas.

En consecuencia, esta pesquisa está centrada en desarrollar las funciones inherentes al proceso educativo, relacionadas con la búsqueda de la excelencia académica profesional, privilegiando el estudio de los significantes y significados que estructuran el discurso propio de la matemática.

Planteamiento del problema

La presente investigación se enmarca específicamente en carreras de pregrado del nivel de educación superior, que requieran un alto componente de adiestramiento matemático, concretamente, en la enseñanza de asignaturas definidas como de formación especializada¹.

1 Centran la enseñanza en aquellos conocimientos vinculados específicamente a la carrera seleccionada por el estudiante (Vílchez, 1991: 65).

En este contexto, la situación actual del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, privilegia la condición formalista de los sistemas matemáticos que Hilbert definió a finales del siglo XIX como un esquema axiomático-deductivo, para transmitir los conocimientos matemáticos (Marcus y col., 1978). Aquí la estrategia de trabajo del profesor se acentúa en explicar las formas y las relaciones entre objetos matemáticos² que se derivan de una base axiomática de las teorías (González, 1994), sin prestarle la debida atención al significado de los mismos.

Se propone, por tanto, sin querer disminuir la importancia que tiene la formalización en el proceso instruccional de la matemática, elevar el valor de la significación de las teorías en los procesos educativos, a través del trabajo en un ambiente social que estimule la participación colectiva de los alumnos en la producción del conocimiento.

Al respecto, Beyer (1998) considera que la educación matemática, vista desde la perspectiva social del aula, debe promover un complejo sistema comunicacional en el cual interactúan

el docente, el alumno, el saber matemático y el medio, de tal forma “que los alumnos logren un óptimo aprendizaje que contribuya a su formación integral” (Medina, 1997: 15).

Desde esta perspectiva, el tipo de interacción que propicia el profesor en el aula de clases, condiciona el tipo de aprendizaje que adquiere el alumno. Esta posición es reforzada por Medina (1997), quien describe tres paradigmas generales educativos, mediante los cuales se tipifica el tipo de interacción comunicativa que se desarrolla entre los elementos interactuantes denominados: proceso-producto³, mediacional y ecológico⁴.

Al contrastar estos paradigmas con el modelo explicativo usado en la enseñanza de la matemática, se observa que responde al mediacional, puesto que en ambos casos, se asume un tipo de interacción bidireccional (Docente ↔ Alumno) centrado y dirigido por el docente, quien se “preocupa de descubrir las variables intervinientes en la adopción y ejecución de decisiones, sirviendo de base para la generación de interpretaciones adecuadas que ha de llevar a cabo” (Medina,

- 2 Conjunto de inventarios de símbolos elementales (Coumet y col., 1978).
- 3 Usa un tipo de interacción unidireccional (Docente ↔ Alumno), donde el protagonismo lo ejerce el docente, quien realiza las operaciones mentales (Medina, 1997).
- 4 Usa un tipo de interacción multidireccional (Docente ↔ Alumno ↔ Alumno), donde el docente y los alumnos realizan una influencia recíproca que genera el más adecuado aprendizaje intelectual (Medina, 1997).

1997: 18), con la intención de que sean entendidas por los alumnos.

Por ello, cuando se le exige a los alumnos un trabajo mental de tipo relacionante, que le permita extraer sus propios puntos de vista y expresarlos, se observan serias deficiencias como resultado de un proceso instruccional que no ha sido diseñado para ello; de allí surge el imperativo de producir una teoría instruccional que permita trabajar tanto con el cuerpo de signos lingüísticos de la matemática, como con las operaciones cognoscitivas que deben realizar los participantes en las acciones didácticas para apropiarse de los conocimientos que integran esta disciplina.

Con el objeto de propiciar los cambios indispensables para lograr la excelencia en la educación matemática del pregrado, se consideraron los lineamientos generales de un modelo que permite tal redimensión denominado: *modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática*. Éste “se fundamenta en un proceso, donde los participantes (docente y alumnos), con un esfuerzo común y compartido, pueden formalizar gradualmente el conocimiento matemático por estudiar” (Castro, 2003: 96).

La perspectiva didáctica de este modelo se configura como un *sistema didáctico de la enseñanza de la matemática en pregrado*, constituido a su vez por dos subsistemas: el primero describe los *fundamentos didácticos* que explican la manera cómo llevar a la práctica este sistema didáctico en un salón de clases; y el segundo explicita los

elementos que intervienen en el *ámbito didáctico* del aula (Castro, 2004).

Para orientar las conceptualizaciones mencionadas, cabe señalar que la actuación del docente está conceptual y técnicamente sujeta al dominio y conformación didáctica de las competencias encerradas en los objetivos a ser logrados por los alumnos en las actividades de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

En consecuencia, se requiere de un cuerpo teórico que describa las competencias que debe promover el docente en sus acciones educativas, de tal forma que active y regule la producción compartida y significativa de los conocimientos matemáticos, en mutua cooperación con todos los actores de la situación didáctica.

Metodología

Desde la perspectiva metodológica, el proceso que se siguió para producir los constructos teóricos que definen los objetivos del modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática en pregrado, se fundamentó en la investigación cualitativa, partiendo del estudio de referencias bibliográficas que se contrastaron con actividades de campo desarrolladas para corroborar, retroalimentar, reorientar y/o redefinir, a través de la mejor praxis ensayada, los hallazgos teóricos conseguidos.

El procedimiento general de esta investigación se dividió en dos fases: una de tipo *documental* y la otra de tipo *abductivo*.

La *investigación documental* se inició con el estudio de referencias teóricas de distintos autores y, sobre la base de los constructos conseguidos, se desarrollaron los principios y criterios generales que definieron las competencias que encierran los objetivos.

La *investigación abductiva*, se aplicó en el contexto de la enseñanza de la matemática, en un salón de clases del nivel de pregrado, donde el profesor y los alumnos actuaron como protagonistas que trabajan conjuntamente, con el fin de alcanzar un propósito común y compartido, guiados por un material instruccional que se elaboró para tal fin.

Los análisis que se obtuvieron de la información recolectada mediante el trabajo de campo, enriquecieron los aspectos teóricos que permitieron elaborar las conceptualizaciones relacionadas con las competencias de los objetivos que se deben promover en el *modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática*.

Perspectiva teórica de la investigación

La instrucción se caracteriza en este trabajo como ecológica, cuyo “propósito está centrado en realizar los procesos de enseñanza y aprendizaje necesarios para lograr los procesos intelectuales requeridos, apoyándose en una dinámica de funcionamiento que permite mantener una influencia recíproca entre los participantes” (Castro, 2002: 17).

Al respecto se consideran una serie de conceptos y de elementos relacionados entre sí que permitan el aprendizaje significativo y socializado en los alumnos, mediante actividades que propicien un fin común y compartido por los participantes del quehacer educativo.

Para promover este tipo de aprendizaje, este modelo de instrucción comunicacional presenta una nueva alternativa a desarrollar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el pregrado del nivel de educación superior; alternativa que no pretende restar los méritos que tiene el esquema pedagógico actual basado en el reduccionismo explicativo, sino que se exhibe como todo un ambiente reflexivo de aprendizaje que estructura las actividades didácticas de todos los participantes (docente y alumnos), conduciéndolos progresivamente hacia:

1. La realización de acciones prácticas para lograr la reconstrucción de significantes matemáticos.
 2. El desarrollo de operaciones cognitivas que permiten producir los significados correspondientes de dichos contenidos.
 3. La promoción de un sistema de interacciones psico-socio-lingüísticos que provee las condiciones para activar y regular los dos aspectos anteriores.
- Proporcionar las herramientas de acción práctica que faciliten el tra-

bajo con la matemática experimental⁵, demostrativa⁶ e intuitiva⁷, entendidas como formas de verificación de significantes matemáticos compartidos.

- Promover el desarrollo de habilidades intelectuales que propicien un avance progresivo en la consecución de la semántica de los conocimientos matemáticos estudiados, centrados en la triada: *significante-reflexión crítica-significado*.
- Proveer las condiciones que generen las interacciones comunicativas de ideas y resultados matemáticos, comprendidas como procesos que activan y regulan la producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos.

En consecuencia, se hablará de un *sistema didáctico de la matemática en pregrado*, en el cual intervienen las acciones prácticas, las operaciones cognoscitivas y las interacciones sociales que deben realizar el docente y los alumnos en las actividades de ins-

trucción ecológica que se desarrollan en las situaciones didácticas.

De las *acciones prácticas* se deduce la necesidad de utilizar la didáctica de la matemática; de las *operaciones cognoscitivas* se resalta la importancia de propiciar la didáctica centrada en procesos; y de las *interacciones sociales* se infiere la relevancia de dirigir el estudio hacia una didáctica centrada en lo social. En general, se puede concluir que las intersecciones entre estas tres acepciones constituyen, para este sistema, su primer componente o subsistema denominado **fundamentos didácticos**.

Estos fundamentos proporcionan las concepciones teóricas específicas que actúan como bases para describir los comportamientos de los agentes (objetivos, disciplina, método, profesor y alumnos) que están presentes en la comunicación de los conocimientos en pregrado; elementos que se relacionan en un escenario que propicia la producción compartida de saberes matemáticos. Este significado consti-

- 5 Inferencias matemáticas obtenidas tanto de las propiedades y relaciones observadas entre objetos de conocimiento, como de las acciones de manipulación que el sujeto ejerce sobre ellos, y confirmadas por usos posteriores (Vivenes, 1993).
- 6 Inferencias matemáticas derivadas lógicamente de los axiomas y las reglas de deducción, donde los mecanismos de validación son puramente formales y lógicos, adquiriendo un carácter estricto de rigor científico (Vivenes, 1993).
- 7 Revelaciones mentales ocurridas a partir de evidencias que pueden inferir relaciones formales que, según la aplicación de la matemática experimental y/o demostrativa, serán afirmadas o negadas (Vivenes, 1993).

tuye el segundo y último subsistema que conforma al sistema didáctico de la matemática en pregrado, denominado **ámbito didáctico**. Para darle mayor claridad a la estructura descrita en este apartado, se presentan en la Figura 1, los distintos conceptos que interactúan en el sistema didáctico correspondiente.

Delimitando el alcance de este estudio, de tal manera que satisfaga los requerimientos teóricos presentes en el mismo, se concluye que es en las orientaciones del subsistema del ámbito didáctico, donde se da respuesta a lo planteado en la presente investigación.

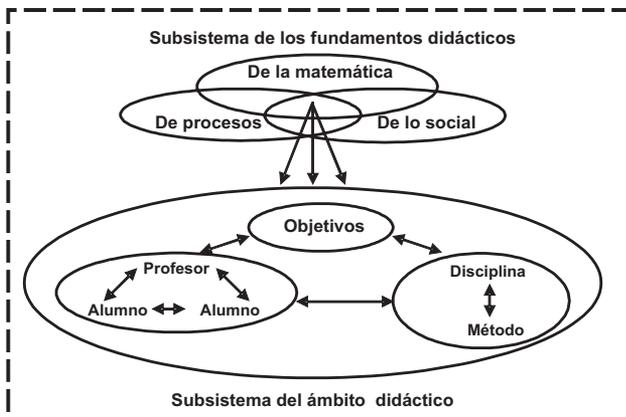
Subsistema del ámbito didáctico

En el ámbito didáctico se procura analizar, integrar funcionalmente y

orientar las actuaciones del **profesor** y los **alumnos**, en función del **método** tanto de la enseñanza como del aprendizaje, de tal forma que permita lograr los efectos práctico-cognoscitivos del quehacer educativo de la matemática en pregrado, que redunde en un adiestramiento específico de los alumnos, que les permita trabajar en la producción del conocimiento de esta **disciplina** de manera dinámica, participativa y significativa, con el propósito de lograr los **objetivos** de enseñanza, actuando de manera común y compartida entre todos ellos.

En consecuencia, se deben tener en cuenta los cinco elementos básicos: objetivos, disciplina, método, docente y alumnos; necesarios para que se produzca el proceso de enseñanza y aprendizaje que, en el caso específico

Figura 1
Sistema didáctico de la matemática en pregrado



de la presente investigación, se contextualiza para la disciplina matemática del pregrado de la Educación Superior.

Los elementos mencionados adquieren funcionalidad mediante las interrelaciones que se generan entre los participantes de las actividades instruccionales planificadas con el fin de lograr los efectos prácticos-cognoscitivos esperados. Elementos se agrupan en dos binomios fundamentales: el binomio humano, constituido por el docente y los alumnos en constante interacción activa y fecunda; y el binomio cultural, formado por la disciplina y el método, al servicio de los agentes del binomio humano en función de las competencias que encierran los objetivos que éstos se proponen (Alves, 1974).

Delimitando aún más la temática de la presente investigación, que responda a las exigencias teóricas presentes en su objetivo de indagación, se precisa que es en los fundamentos que definen los objetivos de la enseñanza de la matemática en pregrado, lo que define el paradigma temático de este trabajo.

La Educación: fines y objetivos

Partiendo de la distinción entre *fin* y *objetivo*, se debe aclarar, en qué relación se encuentran estos términos dentro del dominio de la educación. El *fin* se define como “el estado más perfecto de la materia o del organismo, que vislumbramos como término y resultado de los esfuerzos empleados; el objetivo es el valor que pretende obtener el que

actúa El fin de la actuación (finis qui o finis operis) es lo que yo pretendo realizar; su objetivo (finis quo, finis operantis) es aquello por lo que pretendo realizarlo” (Gottler, 1967:59).

Dilucidando más aun la discrepancia entre *fin* y *objetivo*, Estébanez (1988) sostiene que:

“El fin es un estado individual o social que se pretende alcanzar, el más importante problema en la teoría educativa. La educación es, en última instancia, un esfuerzo por conseguir intencionalmente la idea de hombre perfecto. El fin es una meta abstracta, ideal, lejana, sublime, imponderable y estimulante. El objetivo, en cambio, es concreto, próximo, práctico, inmediato y real” (Estébanez, 1988: 201).

En atención a esta distinción se precisa que en el modelo de instrucción comunicacional propuesto se considera el *fin*, como toda participación humana dirigida siempre hacia un bien que se desea conseguir; mientras que el *objetivo*, se asume como la previsión del resultado de las acciones prácticas, operaciones cognoscitivas e interacciones sociales, que desarrollan el profesor y los alumnos en la situación didáctica, permitiéndoles orientar el tipo de actividad de instrucción ecológica que se realiza en el aula de clases.

La Educación Superior

Con referencia a los *fines*, Avolio (1967) sostiene que ellos son definidos por los ideales educativos de un pueblo en un momento dado, que res-

ponden a una concepción del mundo y del hombre.

En Venezuela, los *finés* de la educación están consagrados en la Ley Orgánica de Educación promulgada en julio de 1980.

La legislación educativa vigente establece en su Artículo 3 del título I: *Disposiciones fundamentales*, lo siguiente:

“Artículo 3. La educación tiene como finalidad fundamental el pleno desarrollo de la personalidad y el logro de un hombre sano, culto, crítico y apto para convivir en una sociedad democrática, justa y libre basada en la familia como célula fundamental y en la valorización del trabajo; capaz de participar activa, conciente y solidariamente en los procesos de transformación social; consustanciado con los valores de la identidad nacional y con la comprensión, la tolerancia, la convivencia, y las actitudes que favorezcan el fortalecimiento de la paz entre las naciones y los vínculos de integración y solidaridad latinoamericana.

La educación formulará el desarrollo de una conciencia ciudadana para la conservación, defensa y mejoramiento del ambiente, calidad de vida y el uso racional de los recursos naturales y contribuirá a la formación y capacitación de los equipos humanos necesarios para el desarrollo del país y la promoción de los esfuerzos creadores del pueblo venezolano hacia el logro de su desarrollo integral, autónomo e independiente” (Ley Orgánica de Educación, 1980: 3).

Según el artículo 27 de esta misma Ley, correspondiente al capítulo V: De la Educación Superior, del título II: *De*

los Principios y Estructura del Sistema, las finalidades de la Educación Superior son:

“1. Continuar el proceso de formación integral del hombre, formar profesionales y especialistas y promover su actualización y mejoramiento conforme a las necesidades del desarrollo nacional y del progreso científico.

2. Fomentar la investigación de nuevos conocimientos e impulsar el progreso de la ciencia, la tecnología, las letras, las artes y demás manifestaciones creadoras del espíritu en beneficio del bienestar del ser humano, de la sociedad y del desarrollo independiente de la nación.

3. Difundir los conocimientos para elevar el nivel cultural y ponerlos al servicio de la sociedad y del desarrollo integral del hombre” (Artículo 27 de la Ley Orgánica de la Educación, 1980: 8-9).

Se infiere de las finalidades de la Educación Superior Venezolana que su interés está en la preocupación por la formación intelectual, académica y profesional del pueblo en su momento. Por lo tanto, a la nueva generación se le asegura el desarrollo de habilidades y competencias necesarias para desempeñarse en el contexto social donde le toque desenvolverse.

Principios teóricos que fundamentan los objetivos de enseñanza de la matemática

Los *objetivos* de la enseñanza son pues, los productos del aprendizaje en una fase de previsión anticipadora y deseados, por lo que, en función de

los aspectos intervinientes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática para el pregrado, se hace énfasis en las transformaciones de las acciones prácticas, de las operaciones cognoscitivas y de los valores de interacción social que se realizan en aula, mediante la enseñanza de dicha disciplina.

En consecuencia, se parte de los objetivos o productos de aprendizajes clasificados en los dominios: psicomotor, cognoscitivo y afectivo (Tisher y col., 1980); sin obviar el desarrollo de competencias cognoscitivas que estos dominios producen en los participantes de las situaciones de enseñanza.

El *dominio psicomotor* se define como todo movimiento humano voluntario y observable que pertenezca al dominio del aprendizaje (Ferrández y col., 1984); en la enseñanza de las ciencias se interesa por “una gran variedad de habilidades, pero por lo general, cuando van asociadas a la realización de una tarea específica” (Tisher y col., 1980: 83).

De aquí se deduce que, es correcto defender el valor de las actividades observables sobre el trabajo con la matemática, las cuales facilitan el desarrollo de habilidades prácticas que aseguren en el alumno, “un perfecto dominio de las condiciones normales y constantes de la vida y de la actividad profesional.... También permite que el alumno afronte con agilidad, rapidez, y economía de tiempo y esfuerzo las situaciones constantes y rutinarias de la vida y el trabajo” (Alves, 1974: 48-53).

Por lo tanto, todo profesor debe determinar con precisión las destrezas y/o habilidades específicas que importan a su disciplina, para luego convertirlas en objetivos a ser logrados poco a poco por sus alumnos, mediante la realización de acciones prácticas y bien orientadas que permita el logro de competencias necesarias para optimizar el “saber-hacer” matemático.

El *dominio cognoscitivo* “incluye aquellos objetivos que, una vez conseguidos, hacen que el alumno sea capaz de reproducir algo que ha sido aprendido con anterioridad” (Ferrández y col., 1984: 84).

En este dominio los elementos cognoscitivos y de valoración reflexiva de los hechos y experiencias, fortalecerán en el alumno su capacidad para discernir, comprender y establecer relaciones inherentes al quehacer educativo en donde intervienen con frecuencia situaciones marcadas por conductas inteligentes en situaciones nuevas. Estos logros pueden ser alcanzados por el educando, procesando mentalmente la información, hasta elaborar estructuras intelectuales de conocimientos sistemáticos en su conciencia individual (Rice, 1997).

De las evidencias anteriores se puede inferir que los objetivos de enseñanza necesarios para desarrollar las operaciones mentales, para procesar las informaciones y para elaborar las competencias de carácter cognitivo indispensables para dar sentido a los significantes y significados matemáticos en el intelecto de los individuos de forma gradual, deben

estar en conexión directa con las acciones prácticas que ellos deben realizar en las actividades instruccionales planificadas para tal fin.

Desde esta perspectiva el *dominio afectivo*,

“Incluye los productos del aprendizaje que, menos perceptibles, pero de fundamental importancia en la convivencia social, se caracterizan por la dinámica afectiva que les sirve de base; estos productos de base afectiva son los que condicionan fundamentalmente toda la conducta humana y determinan la normalidad del ajuste del individuo a las circunstancias de su vida social y profesional” (Alves, 1974: 48).

Este dominio contempla por tanto los ideales, actitudes y preferencias que los alumnos deben desarrollar como recursos fundamentales de integración a sus ambientes sociales y profesionales; afectando así, más directamente, el carácter de los alumnos y condicionando su interacción en el medio social. Por lo tanto, es importante contar con objetivos afectivos para direccionar el valor de las competencias que se promueven en el ambiente de las interacciones sociales desarrolladas en un salón de clases.

Esta división de los objetivos inmediatos de la enseñanza, en tres categorías fundamentales de aprendizaje, constituyen el soporte de la sistematización metodológica del proceso instruccional de la matemática en pregrado.

Al considerar en la enseñanza de la matemática los fundamentos expuestos para definir los objetivos en los niveles prácticos, cognoscitivos y

de interacciones sociales, vale la pena destacar la importancia que éstos tienen en el proceso de instrucción ecológica, puesto que permiten producir las competencias ligadas con el corpus propio de esta ciencia y sus significados en la mente de los participantes, partiendo del desarrollo de la relación práctica-cognoscitiva que se activa y regula por las discusiones que se promueven como mecanismos para interactuar en las situaciones didácticas.

Principios prácticos que fundamentan los objetivos de enseñanza de la matemática

Para precisar los objetivos del modelo de instrucción comunicacional propuesto se realizó un ensayo del modelo durante el primero y segundo período del año 2000, centrado en la ejecución de actividades de acciones prácticas, de operaciones cognoscitivas y de interacciones sociales, trabajando en mutua cooperación entre el docente y los alumnos, y actuando en forma de interacción simétrica y complementaria, para lograr gradualmente, una producción compartida y significativa de los conocimientos matemáticos por estudiar.

A continuación se presenta uno de los casos utilizados para describir la manera como los objetivos funcionan en la estructura de la enseñanza de la matemática en pregrado. El aspecto estudiado en este caso estuvo dirigido a definir el método para ecuaciones exactas y así establecer su procedi-

miento a fin de resolver ecuaciones diferenciales de la forma $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$, sustentado en los prerrequisitos:

- Derivada parcial y total de una función de dos variables independientes.
- Criterio de continuidad para establecer la igualdad $\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$.
- Solución explícita, implícita y general de una ecuación diferencial.
- Forma diferencial exacta de la expresión $M(x,y)dx + N(x,y)dy$.

Las situaciones de enseñanza y aprendizaje se desarrollaron a través de una discusión dirigida a dar respuesta a las siguientes interrogantes:

i) Explique por qué la función $F(x,y) = X.Y$ convierte a la expresión $Ydx + Xdy$ en una forma diferencial exacta. Escriba en forma general las notaciones simbólicas que respalden sus afirmaciones.

ii) Determine la solución general de la ecuación diferencial $Ydx + Xdy = 0$.

iii) Con sus propias palabras, dé una idea de la definición del método por ecuaciones exactas, usando como base los significados conceptuales obtenidos de las preguntas (i) y (ii).

iv) En conjunto con todos los alumnos y el profesor, acuerden ¿cuáles es, formalmente, la definición del método por ecuaciones exactas?

v) Suponga que las primeras derivadas parciales de $M(x,y)$ y $N(x,y)$ son continuas en el recinto R . Demuestre, entonces, que $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ es una ecuación exacta en R si y solo

si $\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$ para todo (x,y) en R .

vi) De las respuestas dadas en (i) y (iv), se sabe que si $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ es exacta, entonces $\frac{\partial F}{\partial x} =$

$M(x,y)$. Integre esta última ecuación con respecto a X y escriba en forma general, la notación simbólica que la resuelve, para obtener la función $F(x,y)$.

vii) Haga un análisis de la constante arbitraria que resultó de la pregunta (vi). Escriba su significado y la notación simbólica que la representa.

viii) Proponga con sus propias palabras un procedimiento para determinar la representación arbitraria de la pregunta (vii). Escriba los resultados en notación simbólica.

ix) Proponga con sus propias palabras un procedimiento para hallar la solución general $F(x,y)$ de la ecuación $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$. Escriba los resultados en notación simbólica.

x) En conjunto con todos los alumnos y el profesor, acuerde ¿cuál es, formalmente, el procedimiento para resolver ecuaciones exactas?

xi) Utilice los conocimientos conceptuales y procedimentales obtenidos en las preguntas (iv) y (x) respectivamente, para determinar la solución general de la ecuación

$$(2XY - \text{Sec}^2 X)dx + (X^2 + 2Y)dy = 0.$$

El desarrollo de esta actividad práctica condujo a observar directamente la participación de los alumnos

en la ejecución de actividades de acciones prácticas, de operaciones cognitivas y de interacciones sociales; es decir, que se evidenciaron las relaciones entre las operaciones mentales de los sujetos y las acciones prácticas realizadas por ellos, a través de las interacciones sociales que se promovieron para activar, regular y establecer el tipo de aprendizaje que se llevó a efecto, estableciendo en función de los mejores resultados obtenidos los objetivos de la enseñanza de la matemática.

En la categoría de *acción práctica*, los estudiantes realizaron finalmente un trabajo adecuado, puesto que lograron producir los conocimientos conceptuales y procedimentales propios de la matemática, los cuales fueron aceptados por todos, ya que los validaron a través del proceso de demostración. Para lograr estos efectos, utilizaron el rigor lógico de los procesos de formalización; extrajeron conocimientos a través de la manipulación experimental; y, produjeron revelaciones mentales matemáticas a partir de evidencias.

De la categoría de las *operaciones cognitivas* se observaron las características de transposiciones, relaciones y razonamientos puestas en evidencia por los participantes, con la intención de elevar su carácter intelectual mediante el desarrollo de las actividades instruccionales, encarando acertadamente la solución de las situaciones problemáticas a las que estuvieron enfrentados en la praxis desarrollada.

Aquí los aprendices utilizaron el significado de una pregunta anterior

para resolver la siguiente; de igual modo relacionaron los conocimientos matemáticos involucrados en dichas interrogantes, en forma consecutiva, hasta conseguir establecer, razonadamente, la formalización del nuevo contenido conceptual y procedimental estudiado.

La categoría de las *interacciones sociales* se ensayó en la enseñanza de la matemática para el nivel de pregrado, con el propósito de proveer a los participantes de un proceso activador y regulador de un cuerpo común de categorías de pensamiento, que facilitara la comunicación interpersonal entre los aprendices y el docente, en busca de una cultura matemática concreta y compartida a través de un consenso social.

Se prestó atención a la discusión que sostuvieron los participantes en la clase, lo que permitió reorientar las preguntas formuladas, mecanismo que facilitó la comprensión de los conocimientos involucrados en los ítems, mostrando que hubo una representación referencial y conceptual de los significantes y significados matemáticos. Como resultado de esta interacción los educandos expresaron sus interpretaciones de los signos lingüísticos usados, poniéndose de acuerdo en cuanto a la formalización de los conceptos y procedimientos estudiados.

En este contexto, los participantes lograron configurar la realidad matemática expresable, realidad ya interiorizada y puesta en acto a través de la acción comunicativa, evidenciándose, de esta ma-

nera, el desarrollo de un aprendizaje significativo y socializado.

Principios teórico-prácticos que fundamentan los objetivos de enseñanza de la matemática

En esta indagación sobre la enseñanza de la matemática en pregrado, se debe precisar que, “son los objetos del conocimiento matemático, aquellos que hay que lograr que nuestros alumnos dominen” (Llinares y Sánchez, 1990: 121). Sin embargo es importante precisar que hay diferencias entre los objetivos de la enseñanza con los objetos de conocimientos a ser enseñados, es decir, los objetivos no se reducen a una simple lista de contenidos a transmitir, sino que se toman en cuenta para prever el dominio de las competencias de la disciplina matemática, sobre las cuales se realizan las actividades de instrucción ecológica, con el propósito de que los participantes logren producir en su intelecto dichas competencias. Así es que, se pusieron en evidencia las relaciones entre las operaciones mentales de los sujetos y las acciones prácticas realizadas por ellos, a través de las interacciones sociales que se promovieron para activar, regular y establecer el tipo de aprendizaje que se llevó a efecto.

Estos aspectos: acción práctica, *operaciones cognitivas* e *interacciones sociales* promotores del aprendizaje en el modelo propuesto para el nivel de pregrado, sentaron las bases para formular los objetivos de la enseñanza de la matemática.

En la categoría de *acción práctica*, el análisis de la enseñanza de la matemática, ensayada específicamente para elaborar los objetivos correspondientes a este tópico, se realizó como argumento que permitió describir el proceso que se utilizó para trabajar directamente con el corpus propio de la matemática, constituyéndose en el punto de partida para propiciar el desarrollo de procesos mentales en los participantes. Igualmente propició en los educandos:

1. Superar las barreras del rigor lógico y los procesos de formalización propios de la estructura matemática.
2. Vencer las indecisiones para extraer conocimientos a través de la manipulación experimental de objetos matemáticos.
3. Dominar el mito de no poder producir revelaciones mentales matemáticas a partir de evidencias. También les permitió dilucidar la esencia “de lo que es la demostración en matemática y el inmenso valor que tiene como fuente de enriquecimiento de esta ciencia” (González, 1994: 81). De aquí se deduce que de las acciones prácticas se aprende a trabajar en la matemática experimental, demostrativa e intuitiva, elevando las habilidades y destrezas de los participantes, para lograr un desempeño adecuado en el exigente trabajo rutinario y constante que demanda la situación didáctica en el pregrado. La categoría de las *operaciones cognitivas* se ensayó con la intención de elevar el

carácter intelectual de los participantes en las actividades instruccionales del fenómeno didáctico, en cuanto a los conocimientos a estudiar, y así encarar acertadamente la solución de las situaciones problemáticas a las cuales estuvieron enfrentados en la praxis desarrollada. Es decir, que los estudiantes activaron su intelecto práctico al utilizar el saber adquirido en la consecución de nuevos saberes; lo que permitió inferir que “el alumno debe ser conducido progresivamente hacia el formalismo matemático en función del desarrollo de su estructura mental” (González, 1994: 74); observándose además la importancia que tiene el atender a la significación como aspecto activador de las operaciones mentales que conducen al logro de un aprendizaje significativo.

Sobre la base de las ideas expuestas se puede concluir que las informaciones y conocimientos sistemáticos procesados por los alumnos, fueron direccionados en este ensayo práctico, de forma tal, que lograron producir las relaciones y los razonamientos consistentes sobre los significados de los constructos matemáticos, permitiéndoles diferenciar entre un ítem válido de otro que no lo es.

La categoría de las *interacciones sociales* se ensayó en la práctica, con el propósito de proveer a los participantes de un proceso activador y regulador mediante un cuerpo común de

categorías de pensamiento, que facilitara la comunicación entre ellos. Con esta actividad se busca fomentar en los educandos una cultura matemática, concreta y compartida, a fin de crear entre ellos un consenso social, que sirva para verificar que se puede promover un aprendizaje socializado de los conocimientos que conforman la enseñanza de la matemática en pregrado.

Para tal efecto, se aplicó un tipo de instrucción ecológica caracterizada por las interacciones comunicativas multidimensionales (profesor ↔ alumno ↔ alumno); de los resultados obtenidos del estudio de campo se pudo observar un alto rendimiento en el aprendizaje significativo de los conocimientos matemáticos estudiados, relativos a la socialización de los individuos participantes de la acción didáctica.

En este contexto, los participantes lograron configurar la realidad matemática expresable que una vez interiorizada y puesta en acto a través de la acción comunicativa, permitió deducir el desarrollo de un aprendizaje significativo socializado. De este modo, se observa como resultado un mejoramiento considerable en las operaciones psicológicas que facilitaron la elaboración de una base teórica, que fue evolucionando gradualmente en el intelecto de los estudiantes. Base teórica conformada por algunas *representaciones mentales* de patrones lingüísticos propios de la matemática (comprensión) que se lograron partiendo de la discusión del significado intrínseco de la clase de conjunto de símbolos di-

ferenciados que lo constituyen (interpretación), lo que permitió inferir y enunciar juicios relacionantes entre lo aprendido y lo nuevo (expresión).

De las evidencias anteriores se puede concluir que los resultados obtenidos de la praxis ensayada, mejoraron las competencias promovidas mediante actividades de interacciones sociales relacionadas con: la comprensión, la interpretación y la expresión de ideas y resultados matemáticos.

Objetivos de enseñanza de la matemática en pregrado

En base a los principios teórico-prácticos descritos en el punto anterior, se infiere que los objetivos a lograr en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en pregrado responden a los propósitos mencionados en el apartado definido como “*perspectiva teórica de la investigación*”, descrita más arriba; relación que se presenta en el Cuadro 1.

Consideraciones Finales

En las descripciones teóricas obtenidas de los resultados observados en la praxis ensayada del modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en pregrado, se pudo concluir, a nivel general, que los objetivos encierran el dominio de competencias relacionadas tanto con la formación práctica y cognoscitiva de los matemáticos, como con la capacidad de intercambiar ideas y resultados matemáticos que permitan un consenso de los discursos

expresados por los alumnos y el profesor durante las discusiones desarrolladas para este fin.

Atendiendo a las consideraciones anteriores, cada elemento mencionado en los objetivos de enseñanza de la matemática en pregrado, permite arribar a las siguientes conclusiones de carácter específico:

- Los objetivos a lograr en este modelo se caracterizan, según las competencias de la disciplina matemática, por el tipo de actividad que se promueve en la instrucción ecológica del mismo; de allí su clasificación y denominación como: objetivos de acción práctica, objetivos de operaciones cognoscitivas y objetivos de interacciones sociales.
- Los objetivos de *acción práctica* contribuyen a fortalecer el dominio de competencias específicas que se desarrollan en el ámbito de la ciencia matemática, promoviendo en los participantes un entrenamiento de formación profesional, relacionado con los significantes matemáticos.
- Los objetivos de *operaciones cognoscitivas* estimulan en los educandos el dominio de competencias que les permiten activar y regular los procesos mentales, permitiéndoles relacionar y razonar sobre los significados de los conocimientos básicos referenciales y sobre los de la nueva transferencia y así lograr una formación profesional de significados matemáticos.

Cuadro 1. Relación entre propósitos y objetivos

PROPÓSITOS	OBJETIVOS
<ul style="list-style-type: none"> • Proporcionar las herramientas de acción práctica que faciliten el trabajo con la matemática experimental, demostrativa e intuitiva, entendidas como formas de verificación de significantes matemáticos compartidos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollar habilidades y destrezas de acción práctica que permitan producir conocimientos matemáticos, en beneficio del logro de competencias para saber trabajar en esta disciplina, necesarios para su formación profesional de significantes. • Desarrollar competencias que permitan aplicar la demostración en matemática vista como fuente de validación y enriquecimiento de los significantes de esta ciencia.
<ul style="list-style-type: none"> • Promover el desarrollo de habilidades intelectuales que propicien un avance progresivo en la consecución de la semántica de los conocimientos matemáticos estudiados, centrados en la tríada significante-reflexión crítica-significado. 	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollar competencias de intelecto práctico que favorezcan la transposición de la formalización de saberes matemáticos hacia la conciencia individual. • Desarrollar habilidades intelectuales que faciliten las operaciones de relaciones y razonamientos sobre los significados de los conocimientos que estructuran la matemática. • Desarrollar habilidades intelectuales que permitan acceder a una formación profesional de significados matemáticos.
<ul style="list-style-type: none"> • Proveer las condiciones para que originen la interacciones comunicativas de ideas y resultados matemáticos, comprendidas como proceso que activan y regulan la producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprender los significados de los parámetros de la comunicación de resultados matemáticos vistos, recordados o imaginados. • Interpretar la significación que tiene el signo lingüístico de la matemática dentro del lenguaje natural, para conceptualizar lo expresable. • Expresar ideas y resultados matemáticos que sirvan como objetos de discusión de saberes compartidos.

Fuente: Castro (2005).

Cuadro 2
Objetivos para la enseñanza de la matemática en pregrado

Actividades	Objetivos	Competencias en cuanto a:
Acciones prácticas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Desarrollar habilidades y destrezas de acción práctica que permitan producir conocimientos matemáticos en beneficio de un adiestramiento para saber trabajar en esta disciplina, necesarias para su formación profesional de significantes. 2. Desarrollar competencias que permitan aplicar la demostración en matemática, vista como fuente de validación y enriquecimiento de los significantes de esta ciencia. 3. Desarrollar competencias de intelecto práctico que favorezcan la transposiciones de la formalización de saberes matemáticos a la conciencia individual. 4. Desarrollar habilidades intelectuales que faciliten las operaciones de relaciones y razonamientos consistentes sobre los significados de los conocimientos que estructuran la matemática. 5. Desarrollar habilidades intelectuales que permitan acceder a una formación profesional de significados matemáticos. 6. Comprender los significados, sonidos y patrones expresivos de los parámetros de la comunicación de resultados matemáticos vistos, recordados o imaginados. 7. Interpretar la significación que tiene el signo lingüístico de la matemática dentro del lenguaje natural, para conceptualizar lo expresable. 8. Expresar ideas y resultados matemáticos que sirvan como objetos de discusión de saberes compartidos. 	<p>Actuación Conceptos Procedimientos validación</p>
Operaciones cognoscitivas		<p>Transposiciones Relaciones Razonamientos</p>
Interacciones sociales		<p>Referencial Conceptual Lingüística Discurso</p>

Fuente: Castro (2005).

- Los objetivos de *interacciones sociales* se relacionan con el dominio de competencias que permiten intercambiar ideas y resultados matemáticos, hasta lograr un consenso de los discursos expresados por los alumnos y el profesor, durante las discusiones desarrolladas para este fin.
- El cuerpo de objetivos que demandan el dominio de competencias inherentes a la disciplina matemática, concretamente en pregrado quedó estructurado como se observa en el Cuadro 2.

Referencias Bibliográficas

- ALVES, L. (1974). **Compendio de didáctica general**. II edición. Buenos Aires, Edit. Kapelusz.
- AVOLIO, S. (1967). **Planeamiento del proceso de enseñanza aprendizaje**. Buenos Aires. Ediciones Marymar.
- BEYER, W. (1998). "La interacción comunicativa en el aula de matemática y su relación con el proceso de enseñanza aprendizaje". **Memorias: III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática**. Caracas. Venezuela. 26 al 31 de julio de 1998.
- CASTRO, R. (2002). **Ámbito didáctico del modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática**. Maracaibo-Venezuela. Informe final de una investigación libre del Doctorado en Ciencias Humanas de la Facultad de Humanidades y Educación de LUZ. Mimeografiado.
- CASTRO, R. (2003). **Modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática: fundamentos didácticos**. Maracaibo. Venezuela. Informe final de una investigación libre del Doctorado en Ciencias Humanas de la Facultad de Humanidades y Educación de LUZ. Mimeografiado.
- CASTRO, R. (2004). "Elementos didácticos de un modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática". Revista: **Encuentro Educativo**. Maracaibo. Venezuela. Aprobado para publicar.
- COUMET, E.; DUCROT, O. y GATTEGNO (1978). **Lógica y lingüística**. Buenos Aires. Argentina. Ediciones Nueva Visión.
- ESTÉBANEZ, P. (1988). **Teoría de la educación**. Tercera Reimpresión. México. Editorial Trillas.
- FERRÁNDEZ, A.; SARRAMONA, J. y TARIN, L. (1984). **Tecnología didáctica**. Barcelona España. Editorial CEAC.
- GONZÁLEZ, F. (1994). **Paradigmas en la enseñanza de la Matemática**. Maracay. Venezuela. Editorial COPIHER.
- GOTTLER, J. (1967). **Pedagogía sistemática**. Cuarta Edición. Barcelona. Editorial Herder.
- LLINARES, S. y SÁNCHEZ, M. (1990). **Teoría y práctica en educación matemática**. Sevilla. Editorial Alfar.
- MARCUS, S.; NICOLAU, E. y STATI, S. (1978). **Introducción a la lingüística matemática**. Barcelona. Editorial Teide.
- MEDINA, A. (1997). **Didáctica e interacción en el aula**. España. Colección didáctica Nº 5. Cincel Kapelusz.
- REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA (1980). **Ley Orgánica de Educación**. Caracas-Venezuela.
- REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA (1980). **Ley Orgánica de Educación**. Caracas-Venezuela.

- RICE, P. (1997). **Desarrollo humano. Estudio del ciclo vital.** Segunda Edición. México. Editorial Prentice-Hall.
- TISHER, R. POWER, C. y ENDEAN, L. (1980). **Ideas fundamentales de la enseñanza de la ciencia.** México. Editorial Limusa. Primera edición.
- VÍLCHEZ, N. (1991). **Diseño y evaluación del currículos.** Maracaibo. Venezuela. Fondo Editorial Esther María Osses.
- VIVENES, J. (1993). **Matemática, aprendizaje y evaluación. Según el enfoque integral-constructivista de didáctica total.** Mérida. ULA. Editorial Alfa.