

## Encuentro Educativo

ISSN 1315-4079 ~ Depósito legal pp 199402ZU41

Vol. 11(3) septiembre-diciembre 2004: 367 - 387

---

# Elementos didácticos de un modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática\*

*Rexne A. Castro U.*

*Profesor Asociado de la Facultad de Humanidades y Educación. LUZ.*

---

## Resumen

Esta investigación tiene como propósito desarrollar los fundamentos didácticos que caracterizan al modelo de instrucción comunicacional que Castro (2000) definió para la educación formal de la matemática, conceptualizados para el pregrado del nivel de Educación Superior. Para tal efecto se usó el tipo de indagación documental-deductivo, donde los hallazgos conseguidos permitieron describir la teoría básica específica que permite organizar la práctica didáctica a fin de lograr la producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos, tanto a nivel de las acciones prácticas como en el de las operaciones cognoscitiva; las cuales serán activadas y reguladas por las reflexiones críticas que se realizan sobre los significantes y significados matemáticos, en las interacciones sociales del aula de clases.

**Palabras clave:** Práctica, cognición, interacción, matemática, didáctica.

\* Investigación asesorada por la Dra. María Escalona

## Didactic Elements of a Model of Instruction Communicational for the Mathematics's Teaching

---

### Abstract

This investigation has as purpose to develop the didactic foundations that characterize to the pattern of instruction comunicational that Castro (2000) it defined for the mathematics's formal education, conceptualized for the pregrado of the level of Superior Education. For such an effect the documental-deductive inquiry type was used, where the gotten discoveries allowed to describe the specific basic theory that allows to organize the didactic practice in order to achieve the shared production and significant of mathematical knowledge, so much at level of the practical actions as in that of the cognitive operations; which will be activated and regulated by the critical reflections that are carried out on the significant ones and mathematical meanings, in the social interactions of the classroom of classes.

**Key words:** Practice, knowledge, interaction, mathematics, didactics.

### Introducción

El presente trabajo profundiza sobre los fundamentos teóricos que describen el proceso de enseñanza de la matemática, característicos del modelo de instrucción comunicacional aquí estudiado. Su propósito es lograr promover un aprendizaje significativo y socializado constitutivo de la producción compartida de saberes matemáticos, tanto a nivel externo como interno a los individuos participantes de las situaciones didácticas de esta disciplina, contextualizándolos para los estudios de pregrado del nivel superior del Sistema Educativo Venezolano.

En consecuencia, se resalta la importancia de utilizar las interacciones sociales de comunicación; porque provee, como resultados cognoscitivos, las condiciones intelectuales necesarias para producir los significantes y significados matemáticos de manera compartida, consciente e intencional. Teniendo en cuenta además, que los mensajes transmitidos están cargados de ideas y resultados propios de esta disciplina, que se elaboran en la conciencia individual de los agentes participantes.

Con esta perspectiva educativa, se pretende redimensionar la naturaleza epistemológica que está implícita en el modo convencional de enseñar matemática en pregrado. Es de

cir, de una ciencia estática eminentemente formal, basada en principios absolutos (González, 1994) que inducen a los docentes a enseñarla con hechos cargados de un formalismo carentes de significados, se propone ahora un nuevo proceso que usa la ciencia ya estructurada, para organizar las actividades instruccionales que promuevan su reconstrucción a través de un esfuerzo común y compartido entre docente y alumnos, y actuando en forma de interacción simétrica y complementaria.

De aquí puede decirse que, el docente debe promover un conjunto de actividades que permitan desarrollar en los alumnos: a) el redescubrimiento de conocimientos matemáticos, para el cual se centrará en un trabajo responsable de acciones prácticas; b) la evolución de estructuras mentales de significantes y significados matemáticos que se producen como resultado de haber consolidado en su intelecto, la validez o falsedad de los mismos; y c) la necesidad de reflexionar críticamente sobre las ideas y resultados matemáticos, en las discusiones que se realicen en el aula de clases.

Estas consideraciones permiten formular la siguiente interrogante que sirvió como guía en esta investigación: ¿Cuáles son los fundamentos didácticos que definen la aplicación del modelo de instrucción co-

municacional para la enseñanza de la matemática en pregrado?

Para responder a esta interrogante, es necesario describir entonces las características fundamentales específicas de la enseñanza de la matemática, de acuerdo a cómo se relacionan los constructos que la forman. Todo ello con la intención de describir las implicaciones didácticas que presentan, para constituirse en un sistema didáctico que estructura y da funcionamiento a la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina.

El estudio está centrado, por lo tanto en describir las funciones primordiales del proceso educativo de la matemática, que permita la excelencia académica del profesor y los alumnos en cuanto al manejo de significantes y significados del corpus propio de esta disciplina, que vaya a su vez, en busca de un fin personal y social que provea las herramientas prácticas-cognoscitivas para lograr progresivamente la transformación continua del clima socio-cultural en el contexto de un aula de clases.

### **Planteamiento del problema**

La discusión sobre la situación actual del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en pregrado del nivel superior del Sistema Educativo Venezolano, tiene su inicio en la relación existente entre la epistemología de la matemática y la labor educativa de esta disciplina,

puesto que "las concepciones sobre lo que es la matemática y lo que es el conocimiento matemático, permean los elementos que conforman los procesos de enseñanza y de aprendizaje de dicha disciplina" (Moreno y Waldegg, 1992:1).

Es decir, se trata de que el origen, naturaleza y definición de la matemática han hecho prevalecer en su enseñanza en pregrado, la condición formalista de los sistemas-matemáticos que Hilbert definió a finales del siglo XIX como un esquema axiomático-deductivo (Marcus et al, 1978). Aquí la estrategia de trabajo del profesor se acentúa en explicar las formas y las relaciones entre objetos matemáticos que se derivan de una base axiomática de las teorías en si mismas (González, 1994).

En esta descripción educativa, Moreno y Waldegg (1992) señalan que tanto la posición idealista de Platón, según la cual el conocer significa trasladar el cuerpo de objetos y relaciones matemáticas preexistentes en un mundo exterior de ideas e implantarlas en el intelecto del individuo; como la empírica de Aristóteles que asume la perspectiva educativa anterior, pero cambia el mundo de las ideas por el de la naturaleza material, dieron lugar a una simbiosis en el aspecto formal (uso de sistemas formales) de la educación matemática durante la etapa del empirismo lógico del siglo XX, denominado realismo-formalismo.

De manera que la corriente idealista-formalista establece que es dentro de la propia estructura matemática, entendida como el contexto real de acción (realismo), donde se produce el descubrimiento; y la empírica-formalista proporciona el mundo material donde se desarrolla el carácter de validez y justificación de los conocimientos matemáticos producidos (formalismo).

Estos planteamientos resaltan la importancia que tiene para la enseñanza de la disciplina en consideración, la formalización de los significantes matemáticos; sin embargo, se deja en claro que se debe destacar como aspecto preponderante en un proceso educativo cuyo fin último sea promover el aprendizaje en esta área de conocimientos, el valor que tiene la significación de las teorías por estudiar.

En esta posición educativa, así como en otras, es obvio señalar que en la enseñanza se produce un mecanismo de influencia recíproca entre el docente y los alumnos. De allí que se requiera la utilización de un proceso de "interacción social, que constituya un medio natural y pertinente para facilitar el aprendizaje de la matemática, favoreciendo en especial los procesos de elaboración de conjeturas, argumentación, validación y demostración" (Green, 1991 citado por Castro et al, 1995: 5).

A este respecto Beyer (1998) establece que en la educación matemática, vista desde la perspectiva

social del aula, se produce un complejo sistema comunicacional en el cual interactúan el docente, los alumnos y el saber matemático, donde se "pretende que los alumnos logren un óptimo aprendizaje que contribuya a su formación integral" (Medina, 1997: 15).

De manera que, el tipo de interacción que promueve el profesor en el proceso instruccional del aula de clases, condicionará el tipo de aprendizaje que alcanzarán los alumnos; en tal sentido, se establece entonces que en el caso particular de esta investigación se propone promover un aprendizaje significativo y socializado. Esta posición es reforzada por Medina (1997), puesto que al respecto, describe tres paradigmas generales educativos, en los cuales se tipifica el tipo de interacción comunicativa que se desarrolla entre los elementos interactuantes, denominados: proceso-producto<sup>1</sup>, mediacional<sup>2</sup> y ecológico.

Por lo tanto, para lograr el desarrollo de este tipo de aprendizaje, se propone realizar actividades instruccionales que respondan al paradigma ecológico, el cual se caracteriza según Medina (1997) por los siguientes signos externos: concibe la enseñanza como esencialmente interactiva, al llevarse a cabo como

fruto de las implicaciones e influencias recíprocas entre los agentes intervinientes en el aula de clases (interacción multidireccional: Docente ↔ Alumno ↔ Alumno). Aquí la propia cultura que se produce es fruto del comportamiento interactivo de sus miembros y de la interpretación recíproca que al mismo otorga el profesor y los alumnos. De esta manera se optimiza la participación de los educandos en el aula y genera el más adecuado aprendizaje intelectual, orientado a lograr un peculiar estilo de intercambio social y cooperativo.

Con la utilización de este paradigma se pretende que los alumnos adquieran las herramientas cognitivas que les sirvan para responder a las exigencias de un trabajo mental de tipo relacionante, que a su vez le permita extraer sus propios puntos de vista y expresarlos; se crea, entonces, la necesidad de producir una teoría instruccional que permita trabajar tanto con el cuerpo de signos lingüísticos de la matemática, como con las operaciones cognitivas que deben realizar los participantes en las acciones didácticas para apropiarse de los conocimientos que integran a esta disciplina.

Para responder al requerimiento indicado en el párrafo anterior, Cas-

- 1 Usa un tipo de interacción unidireccional (Docente → Alumno), donde el protagonismo lo ejerce el docente, quien realiza las operaciones mentales (Medina, 1997).
- 2 Usa un tipo de interacción bidireccional (Docente ↔ Alumno) centrada y dirigida por el docente, quien se preocupa de describir las variables intervinientes en la adopción y ejecución de decisiones (Medina, 1997).

tro (2000) explicó los lineamientos generales de un modelo que permite tal redimensión en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en pregrado y lo denominó: **modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática**; el cual, se fundamenta en un proceso, donde los participantes (docente y alumnos), con un esfuerzo común y compartido, pueden formalizar gradualmente el conocimiento matemático por estudiar.

Este modelo toma en cuenta las acciones prácticas apoyadas en los esquemas de pensamiento matemático previamente elaborados, para producir tanto los significantes con sus correspondientes significados en la conciencia individual de los participantes, como las condiciones para adquirir las competencias que estructuran el discurso de ideas y resultados matemáticos para intercambiarlos entre el docente y los alumnos, hasta lograr un consenso social en la conceptualización de los conocimientos compartidos.

Por lo tanto, en el carácter de aplicación de este modelo, sin menoscabar la libertad y autonomía del docente, cabe señalar que su actuación está conceptual y técnicamente sujeta al dominio y conformación instruccional de acciones prácticas-cognoscitivas que permitan promover la producción gradual de conocimientos matemáticos y la capacidad para comunicar estos contenidos.

Por consiguiente, la aplicación considera el "terreno fáctico donde se materializa el proceso educativo; la aplicación entraña acción en la enseñanza-aprendizaje, de la cual se responsabiliza la didáctica" (Ferrandez et al, 1984: 11). De aquí se deduce que, el modelo de instrucción comunicacional requiere de un cuerpo teórico que establezca las concepciones didácticas a seguir. Y a las que se debe ajustar el ámbito didáctico, para desarrollar las actividades instruccionales que permitan activar y regular la producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos, en mutua cooperación con todos los actores de las situaciones didácticas.

### **Objetivo**

Desarrollar los fundamentos didácticos que definen la aplicación del modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática en pregrado.

### **Metodología**

El proceso metodológico que se siguió para producir los fundamentos teóricos requeridos en el objetivo propuesto en este trabajo, fue conducido por un tipo de indagación **documental-deductivo**, por considerarse que sus características se adecuan a la naturaleza del problema elegido como objeto de estudio.

La investigación documental se utilizó en el sentido de "obtener nuevos conocimientos, a partir del análisis de datos o informaciones recolectadas y registradas en distintas fuentes de consulta" (Rivas y Bellorín, 1997: 58).

Complementariamente se trabajó con el método deductivo que permite elaborar teorías, el cual "consiste en deducir lo que deberá ser la situación, si la relación de una clase de fenómenos fuera válida también en otra clase. Se requiere de observaciones sobre el fenómeno en cuestión, es un sistema para organizar hechos conocidos y extraer una conclusión.... Éste se compone de un grupo de proposiciones hipotéticas, y luego una serie de deducciones lógicas de orden superior, se deducen de las hipótesis" (Ary et al, 1990: 4-15), llamadas conclusiones deductivas obtenidas como inferencias que se derivan de un conocimiento que ya existe.

Aquí el fenómeno que habrá de observarse se deduce a partir de la teoría existente y se deja en claro, además, que el carácter lógico utilizado se basó en la descripción de premisas explicativas regidas por la leyes definidas según Nagel (1991) como *determinables*, puesto que al igual como se requiere en este trabajo, se fundamentan en el hecho "que hay una concomitancia invariable de propiedades determinadas en todo objeto de una cierta especie" (p. 81), y orientadas por analo-

gías *sustantivas* que a juicio de este mismo autor se caracterizan por:

*"...tomar como modelo para la construcción de una teoría relativa a un sistema, otro sistema de elementos que poseen ciertas propiedades ya familiares, las que se suponen relacionadas de maneras conocidas y cuya formulación se encuentra en un conjunto de leyes para ese sistema" (p. 111).*

Por consiguiente, para llevar a efecto esta investigación se siguió el siguiente procedimiento: se inició con el estudio de algunas referencias teóricas de distintos autores para comprender en profundidad las diferentes características que definen las proposiciones hipotéticas relacionadas con el tema de estudio; luego se interpretaron subjetivamente las teorías consultadas para obtener, usando el método deductivo, los fundamentos didácticos que definen la aplicación del modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática en pregrado.

### **Perspectivas didácticas por investigar**

En este apartado se requiere precisar la manera como se concibe el término didáctica, pero delimitado de forma tal que permita describir específicamente los fundamentos teóricos que sirven para dar el carácter de aplicación al modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática en pregrado; a continuación se presenta una breve explicación del mismo.

## La didáctica

La palabra didáctica empezó a usarse como expresión técnica en el siglo XVII, con el sentido de metodología de la instrucción. Jan Amos Komenski, llamado Comenio, en la década de los años sesenta amplió este sentido y concibió a la didáctica como teoría de toda la educación. Se asumió en algunos casos como equivalente a teoría de la instrucción en toda sus especies; y se ha aplicado en sentido más restringido a la teoría de la educación intelectual (Gottler, 1967).

De manera que sobre el término didáctica se han producido diferentes acepciones en el transcurso del tiempo; no obstante, durante el desarrollo contemporáneo según Escalona (1998), ha adquirido carácter científico.

En este contexto Escalona (1998), también sostiene que la didáctica como disciplina científica tiene como objetivo:

*"...optimizar un sistema de relaciones, teóricamente fundamentada, que participa en la realización de la enseñanza de las distintas ciencias, y de su integración con las conexiones entre el sistema escolar y social... y es necesario, estudiar los efectos de la activación de situaciones socio-educativas para fines prácticos" (p. 136).*

Se presenta entonces la necesidad de contar con una definición del término didáctica que favorezca la integración de las aportaciones de los otros dominios y su aplicación a la enseñanza, y que además

sea compatible con los principios del modelo de instrucción comunicacional aquí estudiado, cuya función básica sea promover un proceso donde los participantes (docente y alumnos), con un esfuerzo común y compartido, y actuando en forma de interacción simétrica y complementaria, puedan formalizar gradualmente el conocimiento matemático por estudiar.

Por consiguiente, la tendencia didáctica para la aplicación del modelo asume la parte del concepto de didáctica definido por Guy Brousseau, particularmente la que se entiende como "teoría de la comunicación de conocimientos" (Quevedo, 1998a: 13).

También es oportuno mencionar que la didáctica, según Brousseau (1982-1983), puede ser dividida por dos grupos de actividades denominadas, de acciones y de declaraciones.

La **didáctica acción** reúne las actividades que busca enseñar un conocimiento determinado y se puede entender a su vez, como "directa" cuando las decisiones de la enseñanza transiten hacia el alumno por un intermediario, aunque éste no esté representado necesariamente por la presencia física del docente, e "indirectas" cuando se desarrollen para describir más o menos precisas las acciones didácticas que permiten reproducir una actividad de enseñanza; mientras que en la **didáctica declaración** buscan prin-

principalmente explicar los fenómenos de la enseñanza, en el sentido de englobar los trabajos de investigación relacionados con la enseñanza de un conocimiento.

### Sistema didáctico para la instrucción ecológica de la matemática

Considerando ahora que en el modelo de instrucción comunicacional se requiere el desarrollo de los fundamentos teóricos que proporcionan las explicaciones que introducen el carácter de aplicación práctica al mismo, se decidió restringir en este trabajo, la extensión que abarcan las actividades didácticas, hacia la didáctica de acción indirecta; la cual reclama la descripción de las interrelaciones de componentes que permiten preparar al docente en cuanto a la comunicación de contenidos matemáticos que éste debe promover durante el proceso de enseñanza-aprendizaje en pregrado.

De manera que, la instrucción asumida para este contexto educativo se caracteriza, tal como lo explicó Castro (2002), como ecológica, donde su "propósito está centrado en realizar los procesos de enseñanza-aprendizaje necesarios para lograr los productos intelectuales requeridos, apoyándose en una dinámica de funcionamiento que permite mantener una influencia recíproca entre los participantes" (p. 14).

Se resalta además que para el logro de este propósito se consideran

una serie de conceptos y de elementos relacionados entre sí para conseguir como fin común y compartido por los participantes del quehacer educativo, el aprendizaje significativo y socializado en los alumnos. En tal sentido, se hablará de un **sistema didáctico de acciones indirectas**, en el cual intervienen las acciones prácticas, as operaciones cognoscitivas y las interacciones sociales que deben realizar el docente y los alumnos en las actividades de instrucción ecológica que se desarrollen en las situaciones didácticas.

De las *acciones prácticas* se deduce la necesidad de utilizar la didáctica de la matemática; de las *operaciones cognoscitivas* se resalta la importancia de propiciar la didáctica centrada en procesos; y de las *interacciones sociales* se presenta la relevancia de dirigir el estudio hacia una didáctica centrada en lo social. En general se establece que las intersecciones entre estas tres acepciones constituyen, para este sistema, su primera componente o subsistema denominado **fundamentos didácticos**.

Estos fundamentos didácticos proporcionan las concepciones teóricas específicas que crean las bases para lograr describir los comportamientos de los agentes (objetivos, disciplina, método, profesor y alumnos) que están presentes en la comunicación de conocimientos en pregrado; pero entendidos como elementos que se relacionan entre sí para lograr un escenario

propicio para la producción compartida de saberes matemáticos. Este significado define la segunda componente, considerándola en este trabajo como el último subsistema que conforma al sistema didáctico de acción indirecta, denominado **ámbito didáctico**. Para darle mayor claridad a la estructura descrita en este apartado, se presenta en la Fig. 1, los distintos conceptos que interactúan en el sistema didáctico correspondiente.

Delimitando aún más el alcance de este estudio, de tal manera que llegue a abarcar los requerimientos presentes en el objetivo propuesto en el mismo, se establece en lo que sigue, que es en las orientaciones del primer subsistema

(fundamentos didácticos) donde está centrado el resto de explicaciones de la presente investigación, cuyo desarrollo sirve para constituir la teoría específica básica que todo profesor debe conocer y saber aplicar para dirigir su quehacer cotidiano de instrucción ecológica en el modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática en pregrado.

Bajo estas condiciones, interesa establecer las implicaciones conceptuales que permiten organizar la práctica didáctica que debe promover el modelo de instrucción comunicacional. Para tal efecto se presenta a continuación el proceso que se siguió para llegar a consolidar la

exigencia teórica que se pretende desarrollar en este punto.

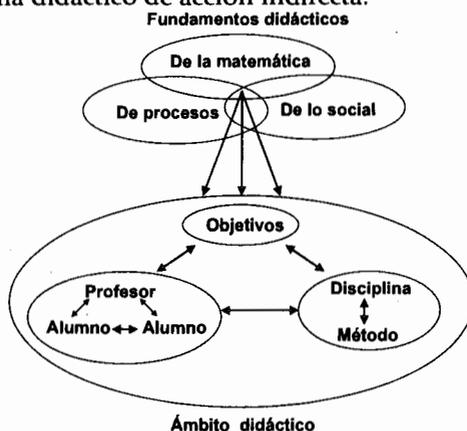
En primer lugar se presenta una síntesis terminológica que caracteriza los conceptos didácticos centrados en la matemática, en procesos y en lo social. Ésto se justifica, puesto que las actividades de instrucción ecológica de la matemática se promueven de manera que permiten el desarrollo de los procesos mentales en el intelecto de los participantes, para procesar los conocimientos matemáticos, activados y regulados por las interacciones sociales que se ejecuten durante las situaciones didácticas en una aula de clases de pregrado.

Posteriormente, y en base a la clarificación obtenida sobre los conceptos didácticos nombrados en el párrafo anterior, se continúa con la descripción de los fundamentos didácticos que tipifican al modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática; los cuales se sustentan en las relaciones de intersección que se producen entre los tres conceptos didácticos básicos.

### **Fundamentos didácticos**

Se presenta en este apartado, la descripción teórica de la enseñanza de la matemática para el pregrado correspondiente al modelo de instrucción comunicacional aquí definido, y se concreta en un conjunto de actividades que permiten orien-

Figura 1  
Sistema didáctico de acción indirecta.



Fuente: Castro (2003).

tar y mejorar tanto los procesos de aprendizajes constitutivos de la producción compartida y significativa de conocimientos, como la actuación profesional del formador de personas adultas en contextos sociales e interculturales.

La enseñanza, por tanto, pretende proveer en esta investigación las explicaciones que permiten comprender las claves para promover el conocimiento matemático que debe ser manejado por el docente y los alumnos en las acciones didácticas de un aula de clases del pregrado, participando activamente en las acciones prácticas, cognoscitivas y de interacciones comunicativas para lograr las transformaciones que permiten mejorar continuamente el clima sociocultural de esta disciplina.

De manera que la enseñanza de la matemática para el modelo de

instrucción comunicacional, aporta nuevas concepciones de avance en el conjunto de decisiones más pertinentes que han de tomar los agentes participantes de las acciones didácticas, para develar el significado personal y social de la cultura matemática a través de un esfuerzo común y compartido, y actuando en forma de interacción simétrica y complementaria entre todos ellos reconocidos como grupo humano en continua evolución.

Se deduce que la finalidad básica que se persigue es describir teóricamente la estructura que permite propiciar el desarrollo de actividades que conduzcan a la formación personal y comunitaria de los individuos que participan en las situaciones didácticas, poniendo especial empeño en las distintas acciones y operaciones que orientan la

manera cómo ellos deben actuar para lograr mejoras continuas en los procesos de enseñanza-aprendizaje de los conocimientos matemáticos por estudiar en un contexto sociocultural de pregrado.

En consecuencia, los fundamentos didácticos del modelo abarca un área de conocimiento que parte de los conceptos sobre la didáctica de la matemática, de procesos y de lo social, y al observar los fenómenos específicos que los definen, se pueden identificar a través de las siguientes proposiciones teóricas:

- La didáctica de la matemática se concreta en la producción y comunicación específica de los mismos conocimientos matemáticos (dialéctica de situaciones matemáticas).
- La didáctica centrada en proceso se consolida en el funcionamiento de procesos intelectuales promotores de habilidades cognitivas que permiten, como productos resultantes, **generar nuevos contenidos** (equilibrio entre proceso cognoscitivo y contenidos).
- La didáctica centrada en lo social se sustenta en las interacciones comunicativas que permiten la mejora, la formación recíproca y la transformación personal y comunitaria del conjunto de individuos participantes en la acción social (dialéctica de transformación del clima socio-cultural).

Estas conceptualizaciones constituyen las síntesis representativas de los significados didácticos correspondientes a las tres definiciones expresadas en el párrafo anterior, y aportan el marco referencial para lograr describir las relaciones que se producen entre ellas; a partir de las cuales, se llega a la descripción teórica que orienta la práctica diaria de la enseñanza-aprendizaje de la matemática en una aula de clases de pregrado.

Por lo tanto, llegar a comprender las interrelaciones didácticas que se producen entre el contenido matemático, los procesos cognoscitivos y las interacciones sociales, conducen a la conformación de la estructura específica del proceso de enseñanza-aprendizaje de conocimientos propios de los mismos contenidos matemáticos.

El interés por describir teóricamente estas relaciones, radica en el hecho de que las características de la enseñanza están configuradas, entre **otras cosas, tanto por los límites impuestos por el proceso de instrucción ecológica para la matemática, como por las características del conocimiento que el profesor debe manejar para llevar a feliz término la enseñanza de esta disciplina en el pregrado.**

Por consiguiente, los fundamentos didácticos se explicitan teóricamente a partir de los resultados que se obtienen de las intersecciones producidas entre los conceptos didácticos que los forman, generan-

do con ésto las condiciones básicas que deben estar presentes para lograr un aprendizaje constitutivo de la producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos. En la Fig. 2 adjunta se presentan los constructos resultantes de dichas intersecciones.

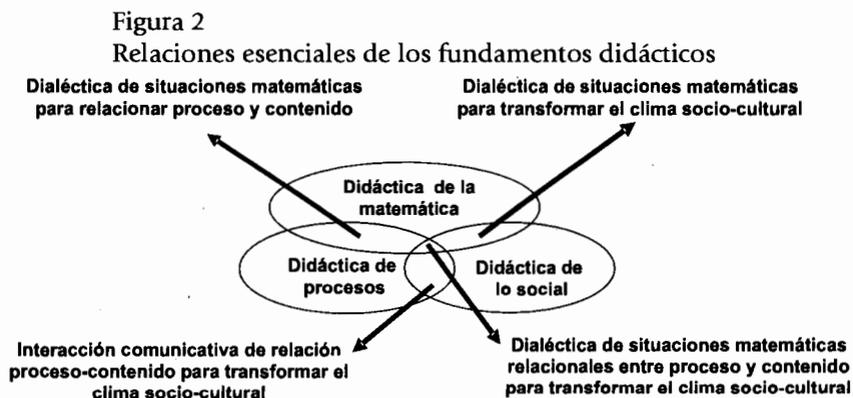
Las relaciones presentadas en las intersecciones de la Fig. 2 para la enseñanza de la matemática, analiza el papel que desempeña tanto las operaciones inter e intrapersonales que deben realizar el profesor y los alumnos para lograr la producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos a nivel externo e interno a los individuos participantes, como las interacciones socio-comunicativas consideradas como acciones que permiten activar y regular la manera de ir entendiendo progresivamente, las ideas y resultados del corpus propio de esta disciplina.

Para tal efecto se conceptualizaron tres regiones que se obtienen de

la intersección entre cada par de términos didácticos de la matemática, de proceso y de lo social, las cuales se integran entre sí para lograr unos fundamentos de complementariedad entre ellos que dan respuesta, por un lado, a un propósito de desarrollo psicológico entendido como "interacción comunicativa de aprendizaje matemático" (Castro, 2.001:55), y por el otro, a un funcionamiento sociológico definido como "interacción psico-socio-lingüístico de la matemática" (Castro, 2.001:67).

Estas regiones, por tanto, representan los resultados de las relaciones didácticas que van surgiendo como necesidad de ir desarrollando el proceso de "instrucción ecológica de la matemática" (Castro, 2.002:19) para el pregrado del nivel de educación superior, las cuales se describen a continuación:

- La relación que se obtiene entre la didáctica de la matemática y



Fuente: Castro (2003).

de procesos, provee un conjunto de actividades promotoras de una dialéctica de situaciones matemáticas para relacionar proceso y contenido, a partir de las cuales se producen los mismos conocimientos matemáticos a nivel de las acciones prácticas (producción externa) y de las operaciones cognoscitivas (producción interna) en los participantes, hasta lograr que estos saberes se consagren como patrimonios culturales validados para y por todos ellos; enriqueciendo a su vez, los constructos referenciales que serán usados en el momento que se requieran.

- La relación observada de la intersección entre la didáctica de la matemática y de lo social, coloca al docente y los alumnos en unas acciones que ellos deben realizar en forma común y compartida; éstas se concretan a través de una dialéctica de si-

tuciones matemáticas para transformar el clima socio-cultural. Se promueve, por tanto, la producción del conocimiento matemático en el nivel interno al individuo, el cual provee las herramientas cognoscitivas que dan origen a la conformación lingüística de estos mismos para poderlos compartir a nivel externo y llegar a su validación e institucionalización, obteniendo como resultado la

producción del capital intelectual matemático con el que cuenta la sociedad para generar un nuevo elemento cultural que permite transformar simultáneamente, el conocimiento personal y social que caracteriza el clima socio-cultural de una aula de clases del pregrado.

- La relación resultante de la intersección entre la didáctica de procesos y de lo social, crea un escenario donde el docente y los alumnos participan en forma simétrica y complementaria, aplicando un proceso de interacción comunicativa de relación proceso-contenido para transformar el clima sociocultural. Así que, se promueven actividades de participación activa y compartida entre los agentes intervinientes, constitutivas de un proceso de interacción interpersonal que permite activar y regular las interacciones intrapersonales que realizan es-

tas personas, para que se produzca en su estructura mental el mismo conocimiento matemático intercambiado previamente a nivel externo, configurando con ésto las condiciones pertinentes para agregar, de manera continua y progresivamente, nuevos elementos culturales al capital intelectual matemático que va caracterizando el clima sociocultural de las acciones didácticas de esta disciplina.

Estas tres relaciones se conjugan entre sí, para generar una cuarta relación que se produce para configurar las descripciones que permiten explicar el carácter de aplicación práctica de la tendencia didáctica del modelo de instrucción comunicacional, constitutivos de los fundamentos didácticos que estructuran la enseñanza de la matemática en pregrado, la cual se sustenta en la participación del docente y los alumnos a través de una dialéctica de situaciones matemáticas relacionales entre proceso y contenido para transformar el clima socio-cultural.

#### **Estructura de la enseñanza de la matemática en pregrado**

El desarrollo de esta estructura provee, entonces, las distintas actividades que permiten producir el corpus propio del nuevo conocimiento matemático, validando a nivel externo, su rigor formal y actuando en un conjunto de acciones prácticas reguladas por las interacciones interpersonales, hasta que se logre crear en el intelecto de las personas un modelo implícito del mismo; quedando así equipado de condiciones mentales que le permiten realizar las operaciones cognitivas, activadas y reguladas por las interacciones intrapersonales, que dan origen a un modelo lingüístico de dichos contenidos para compartirlos con el resto de participantes, y lograr en consenso, que tales conocimientos se constituyan como patrimonios culturales de

los individuos participantes y del clima socio-cultural que deben ser estudiados en el contexto del proceso de enseñanza-aprendizaje de esta disciplina.

Existen, por tanto, tres subestructuras que funcionan complementariamente para lograr la perspectiva didáctica expuesta en el párrafo anterior, las cuales se forman de las distintas actividades que permiten promover las acciones prácticas, las operaciones cognitivas y las interacciones sociales presentes en la misma. Sobre ellas se resaltan a continuación el propósito y las componentes que se tomarán en cuenta para estructurar la enseñanza de la matemática para el pregrado:

- La subestructura de las acciones prácticas se desarrolla para producir los significantes del corpus propio del nuevo conocimiento matemático; por lo tanto, se ejecutarán actividades tanto para reconstruir los constructos conceptuales y procedimentales, como para validar la condición formal de éstos.
- La subestructura de las operaciones cognitivas se aplica para validar o refutar los significados matemáticos en la conciencia individual de los participantes; de allí que, las actividades a realizar estarán dirigidas a lograr la **transferencia** del nuevo conocimiento matemático a su estructura mental, así como **relacionar** y **razonar** con estos conteni-

dos para llegar a la validación intrapersonal de significados.

- La subestructura de las interacciones sociales se promueven para lograr la reflexión crítica que permite activar y regular, la producción compartida y significativa de conocimientos matemáticos a nivel de las acciones prácticas y de las operaciones cognoscitivas; así que, las actividades de participación social se desarrollarán de manera que se logren activar los niveles semánticos **referencial-conceptual, lingüístico** y del **discurso**, que hacen posible el intercambio de ideas y resultados matemáticos.

Se aclara además que, las actividades generadas en estas tres subestructuras se van desarrollando simultánea y complementariamente entre ellas, para lograr los efectos prácticos-cognoscitivos que permiten ir en busca de la producción compartida y significativa del conocimiento matemático, tanto a nivel personal como social de los agentes intervinientes en las situaciones didácticas de esta disciplina.

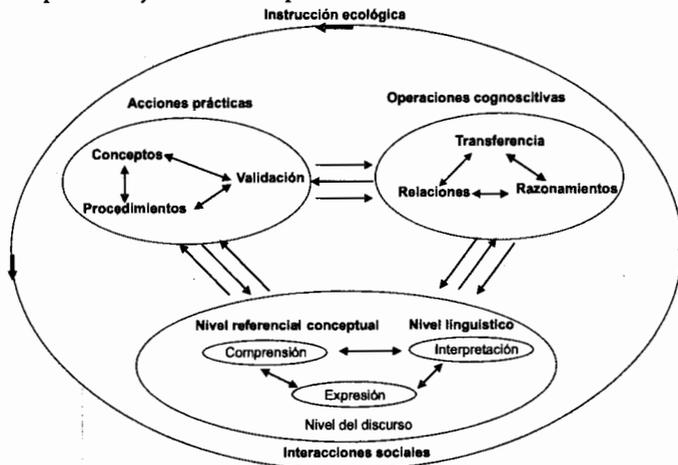
Considerando ahora los aspectos que permiten poner en funcionamiento las subestructuras indicadas anteriormente, se presenta en la Fig. 3, la estructura de la enseñanza de la matemática que caracteriza los fundamentos didácticos del modelo de instrucción comunicacional.

La estructura mostrada en la Fig. 3 funciona, trabajando sobre si-

tuaciones problemáticas elegidas estratégicamente que encierren el nuevo conocimiento matemático por estudiar. En ellas se aplican, en primer término, las acciones prácticas que hagan posible crear un modelo explícito de significantes matemáticos, el cual adquiere su condición formal aplicando un proceso apropiado de validación, y haciendo énfasis en las relaciones necesarias entre grupos de constructos referenciales presentes en las personas participantes y entre éstos con los nuevos para ir conformando progresivamente, una red estructural del corpus propio de los contenidos conceptuales y procedimentales de la matemática que se van desarrollando a su vez, de manera simultánea y complementariamente.

Este mecanismo se complementa con las operaciones cognoscitivas de procesos mentales que se van constituyendo simultáneamente con el trabajo de las acciones prácticas; adquiriendo con éstas, las condiciones para lograr las relaciones pertinentes entre proceso y contenido a nivel interno al individuo hasta producir un modelo implícito en ellos de los significantes y sus correspondientes significados. De manera que se producen las operaciones de transferencia que permiten incorporar los significantes matemáticos a la conciencia individual, los cuales traen consigo el grupo de significados referenciales a estos contenidos transferidos; sobre estos últimos se

**Figura 3**  
 Dialéctica de situaciones matemáticas relacionales entre  
 proceso y contenido para transformar el clima socio-cultural



Fuente: Castro (2003).

activan las operaciones de relaciones intrapersonales para llegar a las conexiones intelectuales de significados que crean la base cognoscitiva, en la que se realizan las operaciones de razonamientos entre tales referencias para conseguir una validación intrapersonal del significado de la nueva exigencia.

Las dos subestructuras mencionadas en los párrafos anteriores se activan y regulan actuando en forma de interacción social multidimensional, trabajando por la consecución de un fin personal y social, a través de un esfuerzo común y compartido que realizan las personas participantes de las situaciones didácticas, permitiendo a su vez, transformar el clima socio-cultural de la enseñanza de la matemática para el pregrado; con

este mecanismo se va produciendo en el intelecto de ellos, recíprocamente con la construcción de los constructos matemáticos, un modelo lingüístico que los provee de herramientas para la formulación de los mismos, hasta llegar a la institucionalización de los nuevos conocimientos estudiados.

En las interacciones sociales, por tanto, se realizan las operaciones del nivel referencial y conceptual para lograr respectivamente la percepción (comprensión inicial) y la conceptualización (comprensión profunda) mental de los nuevos conocimientos, a partir de los cuales se estructuran las operaciones intelectuales que permiten conformar el saber lingüístico (interpretación), que hace posible la manifestación

del corpus significativo de expresiones matemáticas para mantener activado el nivel del discurso, cuyo propósito está centrado en lograr por consenso el status socio-cultural que dichos contenidos deben alcanzar en el contexto de la enseñanza de la matemática en pregrado.

### Consideraciones Finales

Los hallazgos obtenidos en esta investigación, están referidos a las descripciones teóricas de la tendencia didáctica que conceptualiza la aplicación del modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática en pregrado, cuya función básica es promover un proceso donde los participantes (docente y alumnos), con un esfuerzo común y compartido, y actuando en forma de interacción simétrica y complementaria, puedan formalizar gradualmente el conocimiento matemático por estudiar.

Se presenta, por tanto, una propuesta teórica para la enseñanza formal de la matemática en dicho nivel educativo, asumiendo, como punto de partida, los postulados de Guy Brousseau en cuanto a las actividades didácticas de acciones indirectas; de manera que se describen las interrelaciones de componentes, que permiten preparar al docente sobre la comunicación de los contenidos matemáticos, que éste debe promover durante el proceso de enseñanza-aprendizaje en

pregrado, para lograr los productos intelectuales requeridos, apoyándose en una dinámica de funcionamiento que permita mantener una influencia recíproca entre los individuos intervinientes en las situaciones didácticas de esta disciplina.

En consecuencia, la tendencia didáctica del modelo se presenta como un sistema didáctico de acciones indirectas, constituido por dos subsistemas que se complementan entre sí para lograr los efectos prácticos-cognoscitivos esperados.

El primer subsistema se denomina fundamentos didácticos, y proporcionan las concepciones teóricas específicas que crean las bases para lograr describir los comportamientos de los agentes que están presentes en la comunicación de conocimientos en pregrado.

El segundo subsistema se encuentra dentro del anterior y se consolida como el ámbito didáctico en el cual intervienen los objetivos, la disciplina, el método, el rol del docente y de los alumnos, para lograr un escenario propicio que permite promover la producción común y compartida de saberes matemáticos.

Esta conclusión general se disgrega al considerar los aspectos que particularizan sobre el objetivo a lograr en esta investigación, el mismo considera únicamente los fundamentos didácticos del modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática en pregrado; razón por

la cual, no se desarrolla en esta oportunidad el estudio dirigido al ámbito didáctico de dicho modelo. Por lo tanto, se presentan a continuación las siguientes conclusiones de carácter específicos:

- Los fundamentos didácticos del modelo constituyen la teoría básica específica que provee las explicaciones que permiten establecer las claves para promover el conocimiento matemático a manejar por el docente y los alumnos en las situaciones didácticas de una aula de clases del pregrado.
- Los fundamentos didácticos del modelo se consolidan a partir de las relaciones que se producen de las intersecciones entre los conceptos didácticos de la matemática, de procesos y de lo social, con el propósito de obtener un fin personal y comunitario para lograr las transformaciones que permiten mejorar continuamente el clima socio-cultural de esta disciplina.
- La intersección entre la didáctica de la matemática y de procesos da origen a una dialéctica de situaciones matemáticas que permiten relacionar procesos cognoscitivos y contenidos matemáticos; en el sentido que se producen los mismos conocimiento a nivel externo como interno a los individuos participantes.
- La intersección entre la didáctica de la matemática y de lo

social, provee las condiciones comunitarias que permiten desarrollar una dialéctica de situaciones matemáticas para transformar el clima socio-cultural, obteniendo como resultado, la producción del capital intelectual matemático con el que cuenta la sociedad para generar un nuevo elemento cultural.

- La intersección entre la didáctica de procesos y de lo social, genera un mecanismo de interacción comunicativa de relación proceso-contenido para transformar el clima socio-cultural; en el sentido que crea un proceso de interacción interpersonal que permite activar y regular las interacciones intrapersonales, para que se produzca en su estructura mental, el mismo conocimiento matemático intercambiado previamente a nivel externo.
- La relación resultante de la intersección entre la didáctica de la matemática, de procesos y de lo social, provee los aspectos que intervienen para configurar la enseñanza de la matemática como una estructura de conocimientos propios de los mismos contenidos matemáticos, la cual se pone en funcionamiento a través de una dialéctica de situaciones matemáticas relacionales entre proceso y contenido para transformar el clima socio-cultural.

- La estructura de la enseñanza de la matemática esta constituida por tres subestructuras que trabajan complementariamente para lograr su funcionamiento, las cuales se forman de las distintas actividades que permiten promover las acciones prácticas, las operaciones cognoscitivas y las interacciones sociales presentes en la misma.
- La subestructura de las acciones prácticas se aplica para crear un modelo explícito y válido de significantes matemáticos, haciendo énfasis en las relaciones entre grupos de constructos referenciales para ir conformando progresivamente, una red estructural del corpus propio de contenidos conceptuales y procedimentales de esta disciplina.
- La subestructura de las operaciones cognoscitivas se desarrolla para producir un modelo implícito de significantes matemáticos y sus correspondientes significados. Para ello se activan las operaciones de transferencia del nuevo conocimiento matemático a la conciencia individual de los participantes, para luego realizar las operaciones de relaciones y razonamientos intrapersonales con estos contenidos para conseguir una validación intrapersonal de la nueva exigencia.
- La subestructura de las interacciones sociales se promueve

para lograr la reflexión crítica de ideas y resultados matemáticos que permiten activar y regular la producción compartida y significativa de conocimientos a nivel de las acciones prácticas y de las operaciones cognoscitivas, trabajando por la consecución de un fin personal y social, a través de la producción de un modelo lingüístico que los provee de herramientas para la formulación de los mismos, hasta llegar a la institucionalización de los nuevos contenidos por estudiar.

### Referencias Bibliográficas

- ARY, D., JACOBS, L. y RAZAVIEH, A. (1990). *Introducción a la investigación pedagógica*. México. Editorial Mc. GRAW -Hill. Primera edición.
- BEYER, W. (1998). "La interacción comunicativa en el aula de matemática y su relación con el proceso de enseñanza aprendizaje" *Memorias: III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Caracas Venezuela.
- BROUSSEAU, G. (1982-1983). *Mathématique et didactique*. Notas del curso D.E.A. de didácticas de las matemáticas. IREM de Bordeaux.
- CASTRO, R. (2000). "Un modelo constructivista para la comunicación en la enseñanza de la matemática". *Revista: Encuentro Educativo*. Maracaibo Vol. 7 N° 1.
- CASTRO, R. (2001). *Fundamentos pedagógicos del modelo de instrucción comunicacional en la enseñanza de la matemática*. Maracaibo

- bo. Informe final de una investigación libre del Doctorado en Ciencias Humanas de la Facultad de Humanidades y Educación de LUZ. Mimeografiado.
- CASTRO, R. (2002). "Modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza de la matemática: metodología". *Revista: OMNIA*. Maracaibo-Venezuela. Aprobado para publicación.
- CASTRO, R., INFANTE, P. y RIVEROS, V. (1995). *Propuesta de capacitación y actualización de docentes en servicio de la región zuliana*. Maracaibo. LUZ. Facultad de Humanidades y Educación. Departamento de Matemática y Física.
- ESCALONA, M. (1998). "Editorial" *Revista: Encuentro Educativo*. Maracaibo. Venezuela Vol. 5 N° 2.
- FERRÁNDEZ, A., SARRAMONA, J. y TARIN, L. (1984). *Tecnología didáctica*. Barcelona España. Editorial CEAC.
- GONZÁLEZ, F. (1994). *Paradigmas en la enseñanza de la Matemática*. Maracay Edo. Aragua Venezuela. Editorial COPIHER.
- GOTTLER, J. (1967). *Pedagogía sistemática*. Barcelona. Editorial Herder. IV Edición
- MARCUS, S., NICOLAU, E. y STATI, S. (1978). *Introducción a la lingüística matemática*. Barcelona. Editorial Teide.
- MEDINA, A. (1997). *Didáctica e interacción en el aula*. Madrid-España. Colección didáctica N° 5. Cincel Kapelusk.
- MORENO, L. y WALDEGG, G. (1992). "Constructivismo y educación matemática". *Revista Educación Matemática*. México N° 4.
- NAGEL, E. (1991). *La estructura de la ciencia. Problemas de la lógica de la investigación científica*. México. Editorial Paidós.
- QUEVEDO, B. (1998). *Fundamentos de la didáctica de la matemática*. Maracaibo-Venezuela. Universidad del Zulia. Doctorado en Ciencias Humanas. Material mimeografiado.
- RIVAS, J. y BELLORÍN, L. (1997). *Técnica de documentación e investigación I*. Caracas-Venezuela. Universidad Nacional Abierta. Quinta reimpresión.