

p-ISSN 1315-4079 Depósito legal pp 199402ZU41
e-ISSN 2731-2429 Depósito legal ZU2021000152

*Esta publicación científica en formato digital es
continuidad de la revista impresa*

Encuentro Educativo

Revista Especializada en Educación

1994 - 2024
30 ANIVERSARIO



Universidad del Zulia

Facultad de Humanidades y Educación

Centro de Documentación e Investigación Pedagógica

Vol. 31

Nº 1

Enero - Junio

2 0 2 4

Maracaibo - Venezuela

Encuentro Educativo

e-ISSN 2731-2429 ~ Depósito legal ZU2021000152

Vol. 31 (1) enero – junio 2024: 80-100

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.12139473>

Conocimiento de estudiantes acerca del significado de la definición de límite de funciones de una variable

Pedro José Colina Pérez y Yaritza Josefina Romero Rincón

Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad del Zulia, Maracaibo-Venezuela

<https://orcid.org/0000-0002-9245-2156>;

<https://orcid.org/0000-0002-5608-5715>

pcolina7@gmail.com; yaritzarr@hotmail.com

Resumen

La comprensión de los símbolos, el uso adecuado de los signos, su significado y correcta interpretación, representa una dificultad en la construcción de conceptos matemáticos y buen desempeño de muchos de los aprendices en todos los niveles educativos. El propósito del trabajo fue analizar el conocimiento de los estudiantes acerca del significado de la definición de límite de funciones de una variable, una vez sometidos a situaciones didácticas y procesos de evaluación. Se sustentó en los postulados de Godino (2023, 2018) e investigaciones de Colina y Romero (2021), Rojas (2015), Distefano, Pochulu y Font (2015), entre otros. Se enmarcó dentro del paradigma interpretativo y metodología cualitativa, con método fenomenológico. La muestra estuvo constituida por alumnos de la asignatura Cálculo I, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia. La recopilación de información se realizó mediante una entrevista semiestructurada, con la observación directa en situaciones didácticas de clases, transcritas textualmente en matrices de unidades de análisis. Se concluye que los estudiantes, en su mayoría, no lograron los significados matemáticos adecuados a los propósitos educativos en el tema bajo estudio, desde el simbolismo y la interpretación de los signos, tanto en la definición de límite como gráficamente y aplicaciones. Se recomienda la construcción de teorías para aportar nuevas formas de enseñanza de la definición de límite de funciones de una variable a partir del enfoque ontosemiótico.

Palabras clave: Matemática; límite de funciones; cognición; simbología; enfoque ontosemiótico.

Recibido: 14-02-2024 ~ Aceptado: 18-05-2024

Students' cognition about the meaning of the definition of limit of functions of one variable

Abstract

The understanding of symbols, the appropriate use of signs, their meaning and correct interpretation, represents a difficulty in the construction of mathematical concepts and good performance of many learners at all educational levels. The purpose of the work was to analyze the students' knowledge about the meaning of the definition of the limit of functions of a variable, once subjected to didactic situations and evaluation processes. It was based on the postulates of Godino (2023, 2018) and research by Colina and Romero (2021), Rojas (2015), Distefano, Pochulu and Font (2015), among others. It was framed within the interpretive paradigm and qualitative methodology, with a phenomenological method. The sample was made up of students from the Calculus I subject, from the Faculty of Engineering of the University of Zulia. The collection of information was carried out through a semi-structured interview, with direct observation in didactic classroom situations, transcribed verbatim into matrices of units of analysis. It is concluded that the students, for the most part, did not achieve the mathematical meanings appropriate to the educational purposes in the topic under study, from the symbolism and interpretation of the signs, both in the definition of limits and graphically and applications. The construction of theories is recommended to provide new ways of teaching the definition of the limit of functions of a variable from the ontosemiotic approach.

Keywords: Mathematics; function limit; cognition; symbology; ontosemiotic approach.

Introducción

La comprensión de los símbolos, el uso adecuado de los signos, su significado y correcta interpretación, la codificación y las reglas que lo definen, representa una dificultad en la construcción de conceptos matemáticos y buen desempeño de muchos de los aprendices en todos los niveles educativos, como lo expresan Abreu Da Silveira (2017) y

Vergnaud (1998), y por ende, también lo es en los estudiantes de ingeniería, donde los programas de estudio contienen muchas unidades curriculares con contenidos y aplicaciones matemáticas, que intervienen en los pensum de sus diferentes escuelas.

Es pertinente destacar que, en el área de la ingeniería, es fundamental para el cálculo diferencial el tema sobre el

límite de funciones de una variable. En referencia a su definición, se desea verificar si el aprendiz posee una noción intuitiva, destacando de la definición formal matemática, la serie de expresiones y elementos simbólicos que guardan su significado y representación gráfica.

Ahora bien, en el cálculo diferencial por ser parte de la matemática, emplea un lenguaje poseedor de normas y reglas de escritura, que posibilitan obtener un significado adecuado de su simbología, lo cual permite afirmar la interpretación de la semiótica, expresada a través de sus signos, representación y traducción en significado, siendo necesario para la comprensión de los estudiantes, conocer y reconocer su significado, y permitir la construcción de los conceptos de forma correcta, como acto previo a la interpretación, destacan Colina y Romero (2021). La buena internalización de los signos, permite a su vez realizar una correcta traducción del lenguaje matemático al coloquial, pero hacerlo de forma deficiente hace que las nociones aprendidas no sean capaces de expresar correctamente las ideas matemáticas.

Razón por la cual, el presente estudio tiene relación con el lenguaje matemático, desde su simbología y significado semiótico, con la finalidad de identificar los conocimientos asimilados por los alumnos o las nociones que logran captar acerca del tema límite de funciones de una variable, expresado a través de la comprensión de su definición, simbología empleada, propiedades o aspectos relevantes, su representación mediante una gráfica, procedimientos numéricos para el cálculo de valores, interpretación

de estos aspectos y aplicaciones a problemas físicos, después de estar expuesto a los contenidos respectivos.

El artículo se orientó bajo la teoría del enfoque ontosemiótico y las categorizaciones realizadas por Colina (2017), con base a la teoría de Godino (2018), dirigida exclusivamente a unidades curriculares con contenidos matemáticos, aplicado a estudiantes de la Facultad de Ingeniería, de la Universidad del Zulia, cursantes de los primeros semestres.

Es oportuno resaltar que los significados educativos institucionales manejados por los aprendices, deben estar basados en bibliografías referenciales y orientaciones dadas por los docentes. En tal sentido, el presente trabajo tuvo como propósito analizar el conocimiento de los estudiantes acerca del significado de la definición de límite de funciones de una variable, una vez sometidos a situaciones didácticas y procesos de evaluación.

Fundamentación teórica

Existen diferentes autores que parten de la definición de signo y sobre él desarrollan su significado, considerando el contexto donde estén inmersos. En tal sentido, el signo pasa a ser símbolo cuando un sujeto posee una interpretación y representa un objeto, “*un símbolo es un signo que perdería el carácter que lo convierte en signo si no hubiera interpretante*” (Peirce, 2001:59). Además, expresa este autor que la naturaleza de los símbolos puede tener diferentes significaciones, la que representa y lo que representa para quien lo interpreta.

Con relación a la estructura de la semiótica, Colina y Romero (2021), establecen que existe el signo siempre que un grupo humano decide usar una cosa como vehículo de cualquier cosa. Estos autores añaden que, para colecciones de personas de diferentes grupos sociales, pueden dar origen a diferentes significados para un mismo signo; de acuerdo a la función social a cumplir, determinado signo dentro del grupo social en donde encuentre y según la cultura donde está referido el signo, expresa el objeto semiótico de una semántica es ante todo el contenido, no el referente, y el contenido hay que definirlo como una unidad cultural.

Es de considerar para el caso de entidades abstractas, que no poseen la ayuda de su objeto físico permita describir alguna característica o asociarla a un ente físico, el grado de complejidad para integrarlo a la estructura mental se hace en base a una entidad abstracta. Destaca Colina (2017), que aun admitiendo el referente sea una entidad concreta y particular se debe resolver la situación del problema del significado de aquellas expresiones no pueden corresponder con un objeto real. Es aquí donde entra en juego el lenguaje matemático, al definir muchas veces entidades abstractas.

En el caso de la matemática, como cualquier otro lenguaje de signos, donde se asignan propiedades a las palabras junto con su significado como características, cualidades que de acuerdo al contexto permite comprender la situación referente, a lo cual exponen Aznar et al. (2016), en el trabajo matemático, los símbolos, significantes, remitentes que están en lugar de las entidades con-

ceptuales, son los significados; además plantean en su teoría el hecho de conseguir un lenguaje lógicamente perfecto, en referencia al problema de la relación existente entre los pensamientos, palabras y proposiciones, y a su referente o significante; argumentando que este problema pertenece a la epistemología.

Por otra parte, en el lenguaje materno existen palabras con diferentes significados, por lo cual se remite a la situación del contexto para establecer la interpretación adecuada y pertinente de ese caso, en el uso del lenguaje matemático ocurre algo similar, incluso en un saber institucionalizado para establecer el significado correctamente adecuado hay referencia al contexto donde se aplica una definición o propiedad matemática. También ocurre que una misma expresión pudieran tener significados diferentes para grupos sociales, profesionales, de niveles educativos diferentes.

Rojas (2015), expone que en toda actividad matemática, el estudiante debe recurrir a la transformación de signos dentro de sistemas semióticos, culturalmente dados, lo que sería para nosotros la parte institucional, por lo tanto, esto hace al aprendizaje de las matemáticas sea, una actividad semiótica. Afirma que, en las actividades matemáticas puede darse la situación de algunos alumnos, al interpretar o hacer una representación simbólica de un objeto matemático, le asignan un cierto sentido, de manera acertada, logrando realizar de manera adecuada transformaciones a dicha representación, en el respectivo sistema simbólico de representaciones, obteniendo otra representación del objeto, a la cual le asignan un nuevo sentido,

pero ocurre que no son capaces de relacionarla con la anterior.

Este conjunto de prácticas refiere al estudiante a dos tipos de objetos emergentes de esa socialización. Según Godino (2023), estas inciden en el grado de comprensión de un concepto, tema o situación. Para esta investigación se refiere a un objeto matemático institucional, diremos que el alumno ha captado el concepto de límite de funciones de una variable si es capaz de reconocer: su definición, los elementos que la componen, su simbología, interpretar qué ocurre en sus diferentes situaciones, saber los procedimientos de obtención de un resultado numérico y su representación gráfica.

Asimismo, Distefano, Pochulu y Font (2015), explican que aunque las actividades matemáticas asignadas a los educandos pudieran parecer bastante elementales, con signos trabajados durante periodos escolares anteriores, se encontraron con significados desacertados desde el punto de vista institucional, lo cual les permitió afirmar en el lenguaje matemático están presentes una multiplicidad de procesos, que se reflejan en las diferentes respuestas de las tareas de lectura y escritura de expresiones simbólicas, así como sus vinculaciones necesarias para otorgar significado adecuado, poniendo en evidencia la complejidad cognitiva en la manipulación de símbolos matemáticos.

Para Godino (2018), quien fundamentó y desarrolló, a fines del siglo pasado y principios de este, estas ideas ligadas al enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática,

(sustentada en la teoría de las funciones semióticas) establece los tipos de funciones semióticas, categorías correspondientes a verificar en el presente trabajo de investigación, las mismas se agruparon en seis tipos de significados que serán verificados en las diferentes acciones llevadas a cabo con los informantes clave seleccionados a fin de recabar la información correspondientes que servirá de marco para la propuesta de enseñanza de la noción de límite de una variable.

El presente estudio se basa en la categorización de las funciones semióticas establecidas según Godino (2023), en el plano de los significados; es decir que, desde este punto de vista toda expresión remite a un contenido, lo cual constituye una situación adecuada para el análisis de la cognición humana, este permite establecer si existen conflictos semióticos en la estructura cognitiva de los informantes; además, serán las unidades de análisis correspondientes que servirán de base para la propuesta final, para permitir bajo este enfoque mejorar la práctica del tema de límite.

Dentro de las consideraciones planteadas por este autor cabe mencionar las siguientes: los símbolos aparecen en el lenguaje como sustitutos de las entidades conceptuales, por lo cual en el trabajo matemático ocurre esa situación y los signos transformados en símbolos una vez que el estudiante internaliza dentro de su espacio cognitivo las diferentes significaciones que diera a lugar. De manera apropiada sustituye todas sus cualidades características y forma el concepto en cada individuo. El dominio de la instrucción matemática no la con-

sidera en la sintaxis del lenguaje simbólico sino en la comprensión de su semántica, por lo cual estaría de acuerdo con los fundamentos de Wittgenstein cuando plantea la lógica de los símbolos bien estructurados (Font y Rubio, 2017).

Colina y Romero (2021), consideran que una función semiótica puede definirse en sí misma y en relación con las propias posibilidades combinatorias dentro de contextos diferentes. También agregan, que se llama semiótico a un juicio que predica de un contenido determinado las marcas semánticas al cual se le ha atribuido un código preestablecido; y llaman factual a un juicio que predica un contenido determinado marcas semánticas no atribuidas previamente el código.

Entonces, bajo las ideas de la significación de las palabras, mediante el uso e interpretación de los signos, se pretende el reconocimiento de los símbolos matemáticos involucrados en la noción de límite, mediante el enfoque ontosemiótico, que permita indagar acerca de las diferentes relaciones en la estructura cognitiva del alumno permanece como un aprendizaje, ya sea completo e incompleto desde el punto de vista institucional y también personal que permita identificar a través de los informantes clave, los conflictos semióticos que se puedan presentar en ellos durante la investigación.

Refieren Colina y Romero (2021), al basarse en las ideas del enfoque ontosemiótico, que las categorías son referidas a un sistema de prácticas donde son funcionales de entidades primarias o tipos de objetos. Al respecto, se muestran las categorías (*funciones semióticas*) que,

según los propósitos de la presente investigación, definen las unidades de análisis correspondientes según la teoría de Godino (2018), a saber:

- **Significado lingüístico:** el objeto final es un término, expresión, gráfico u otro elemento lingüístico.
- **Significado situacional:** el objeto final es una situación problema.
- **Significado conceptual:** su contenido es un concepto definición.
- **Significado proposicional:** el contenido es una propiedad o atributo de un objeto.
- **Significado activo:** su contenido es una acción u operación. (algoritmo o procedimiento).
- **Significado argumentativo:** el contenido es una argumentación

Metodología

La investigación está enmarcada dentro del paradigma interpretativo, pues trata de comprender la realidad interpretativa de la definición de límite de una variable, de metodología cualitativa dado que busca descubrir procesos interpretativos de un grupo de los estudiantes de Cálculo I, con método Fenomenológico para entender o comprende la experiencia que tienen estos aprendices luego de leer y estar expuestos al contenido de límite de manera institucional en la facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia.

Por lo tanto, está orientado hacia el análisis de diferentes hechos o fenómenos a través de exploraciones rigurosas,

apoyándose en técnicas precisas y fuentes de carácter bibliográfico y documental, tales como documentos, resultados de investigaciones, textos, identificar, describir y comparar, elementos, caracteriza, propiedades y fenómenos; en este caso particular estudio de errores, que tiene como propósito de situación o disertación concreta, en su análisis para tipificar de manera general (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018).

El método fenomenológico en su proceso permite comprender e interpretar la realidad estudiada desde la integridad de los sujetos o actores sociales a partir de sus creencias, ideas y conceptos, que se abordaron. Como muestra, siguiendo los planteamientos de Strauss y Corbin (2016), fueron seleccionados como informantes clave, estudiantes de algunas secciones de Cálculo I, luego de evaluaciones previas y de sondeos, y que de manera voluntaria participaron de la entrevista.

La técnica de recolección de la información fue la entrevista semiestructurada, mediante los instrumentos de registros de observación directa y participativa, constituyen, en sí mismas, estrategias que permiten conocer en los sitios donde se desarrollan las actividades de aula con diferentes grupos de estudiantes, siendo muy utilizada por los investigadores cualitativos. Esto permitió observar los fenómenos y acontecimientos que sucedieron en ese momento, en las interacciones de las situaciones de aula.

Es importante destacar, luego que los informantes clave trabajaran el contenido de definición de límite, se realizó la entrevista semiestructurada, observando

todo lo expresado por cada uno de ellos, para luego analizar cada una de sus frases expresadas y realizar el estudio minucioso en las categorías planteadas anteriormente.

Resultados y discusión

Para el análisis de los datos recolectados se siguieron las directrices según Godino (2018), planteadas en el enfoque ontosemiótico, quién propone que antes de descubrir hay que describir la situación, referidas a las entrevistas grabadas dentro de los ambientes educativos, de acuerdo a lo establecido por Strauss y Corbin (2016) en el proceso de recolección de la información.

Como enfatiza Godino (2023), en el abordaje matemático se requiere asumir explícitamente principios epistemológicos y axiológicos complementarios tales como la idoneidad epistémica (representatividad), cognitiva (proximidad), interacciona (negociación), mediacional (disponibilidad), afectiva (implicación) y ecológica (adaptación); para aceptarlos y fijarlos como un objeto matemático y un medio instruccional, una trayectoria didáctica óptima debería tener en cuenta el doble carácter de las matemáticas como actividad y como producto.

Todo este proceso conlleva al análisis de las ideas y conceptos adquiridos y manifestados por los informantes, los cuales se transcribieron en forma textual, como un proceso de desgravación de los audios, de manera fiel, tal cual como fueron expresadas las diferentes manifestaciones lingüísticas de los informantes clave y de registrar aquellos

acontecimientos resaltantes que tengan lugar durante la interacción didáctica y durante el proceso de entrevistas. Luego se transcribieron en matrices de unidades de análisis.

Para Distéfano (2017), la idea de identificar las nociones o conceptos que poseen los aprendices, se reflejan a través del reconocimiento de los objetos primarios que pueden ser observados, introducidos por el enfoque ontosemiótico; identificados de una manera personal, relativo a cada estudiante; institucional a través de una institución o de una interacción a través de prácticas educativas.

Se muestran en los cuadros 1 al 5, las respuestas de las entrevistas aplicadas a los informantes clave, transcritas en las matrices para realizar los estudios correspondientes, basados en los planteamientos dados por Godino (2018, 2023); se subrayan las ideas o conceptos matemáticos referidos al tema límite de funciones de una variable.

El análisis de las respuestas de cada uno de los informantes clave se realiza en atención a las seis categorías descritas: Significado lingüístico, Significado

situacional, Significado conceptual, Significado proposicional, Significado actitudivo y Significado argumentativo.

El docente investigador da un saludo de inicio.

Investigador (Inv). Saludo y bienvenida.

Buenos días Bachiller, sea bienvenido a este encuentro en el cual le hare una entrevista la cual tiene como finalidad indagar acerca de las nociones, ideas o creencias que el estudiante pudo captar o asimilar dentro de su estructura cognitiva del tema límite de funciones de una variable, vista en la unidad curricular Cálculo I, para aportar información a un proyecto de investigación que vengo realizando que lleva por título Enfoque Onto Semiótico de la noción de límite de funciones de una variable. Le voy a realizar una serie de preguntas que espero la conteste y me permita grabarlas, para mayor soporte de la información obtenida. Son preguntas abiertas en las cuales su respuesta no dispone de límite de tiempo ni de extensión. A continuación, las preguntas.

Cuadro 1. Matriz de respuestas del informante clave estudiante 1 (ICE1)

Ideas observadas	Entrevista
	<p>Inv. Primera pregunta Por favor hálbame de alguna o varias ideas asociadas a la definición de límite de funciones de una variable, a ver ¿Qué recuerdas?</p>

<p>Estudiar el comportamiento de la gráfica cuando este x se va acercando a ese número, acercando, no llegando a ese número ya que allí es el límite donde no existe, si fuera cuando x tiende a 2, un número cercano a dos el límite no existiría.</p>	<p><u>La definición de límite sería estudiar el comportamiento de la gráfica cuando este x se va acercando a ese número, acercando, no llegando a ese número ya que allí es el límite donde no existe, si fuera cuando x tiende a 2, un número cercano a dos el límite no existiría.</u></p>
	<p>Segunda pregunta ¿Puedes decirme que entiendes de la definición de límite de funciones de una variable?</p>
<p>Estudiar el número este, que se esté el límite en ese número en que se esté estudiando y ver si el límite existe si no existe, si es asíntota horizontal, oblicua, vertical</p>	<p>Este, como dije ahorita, en la primera pregunta, que volver a <u>estudiar el número este que se esté el límite en ese número en que se esté estudiando y ver si el límite existe si no existe, si es asíntota horizontal, oblicua, vertical</u></p>
	<p>Tercera pregunta ¿Cuál es la simbología o notación para expresar la existencia del límite de funciones de una variable?</p>
<p>El límite de una función cuando x tiende a “a”.</p>	<p><u>El límite de una función cuando x tiende a “a”.</u></p>
	<p>Cuarta pregunta ¿Cuál es la interpretación gráfica para el límite de funciones de una variable, me la puedes explicar?</p>
<p>Límite existe y se este, este se nota con un hoyo relleno, si el límite no existe se anota con un hoyo vacío y si no existe una asíntota es una, es un límite infinito y no es ninguna asíntota.</p>	<p>La interpretación gráfica, este, ver si <u>el límite existe y se este, este se nota con un hoyo relleno, si el límite no existe se anota con un hoyo vacío y si no existe una asíntota es una, es un límite infinito y no es ninguna asíntota.</u></p>
	<p>Quinta pregunta ¿Qué otras definiciones que conozcas están asociadas a la definición de límite de funciones de una variable?</p>

La asíntota, funciones a trozos, funciones racionales, funciones irracionales	La asíntota, funciones a trozos, bueno no son asíntotas, bueno funciones racionales, funciones irracionales y las funciones a trozos también serian, pueden ser otras definiciones para el límite.
	Sexta pregunta Cuando decimos que el límite de funciones de una variable existe y vale L ¿Qué interpretas o que entiendes de esa afirmación?
Que los límites laterales, o sea, el límite por la izquierda y por la derecha coinciden, son iguales.	<u>Que los límites laterales, o sea, el límite por la izquierda y por la derecha coinciden, son iguales.</u> FIN

Fuente: Elaboración propia (2024)

Memorando del informante ICE1

Este informante clave tiene una idea muy vaga de la noción de límite (significados argumentativos), no reconoce la existencia del límite, no articula bien las oraciones (significado lingüístico) o simplemente no entiende las ideas de límite. No interpreta el significado de la simbología que se utiliza en límite de funciones de una variable. Asocia de manera muy fortuita las asíntotas con el límite, pero lo relaciona de manera

defectuosa cuando lo trata de definir (significado proposicional). No expresa las operaciones algebraicas de límites (significado proposicional). No hace mención de la definición formal (significado conceptual), pero demuestra faltan palabras esenciales al momento de expresar sus creencias (significado actitudivo). Los significados personales no reflejan las nociones ni concepciones cercanas que permitan alcanzar los significados institucionales esperados.

Cuadro 2. Matriz de respuestas del informante clave estudiante 2 (ICE2)

Ideas observadas	Entrevista
	Inv. Primera pregunta Por favor hágame de alguna o varias ideas asociadas a la definición de límites de funciones de una variable, a ver ¿Qué recuerdas?
La primera idea la palabra “límite”: Una barrera o una señal que dice pare, o sea, hasta aquí, es una tendencia, ese valor nunca se toma, o sea, la gráfica tiende,	Bueno <u>la primera idea</u> que se me viene a la mente cuando alguien me dice la palabra “límite” sería como <u>una barrera o una señal que dice pare, o sea, hasta aquí</u> , este, también que el límite <u>es una tendencia</u> , o sea, ciertamente cuando hablamos de

como dije, tiende a acercarse a ese valor, pero no lo toma.	grafica lo que es el límite, o sea, <u>ese valor nunca se toma</u> , o sea, <u>la gráfica tiende, como dije, tiende a acercarse a ese valor pero no lo toma.</u>
	Segunda pregunta ¿Puedes decirme que entiendes de la definición de límite de funciones de una variable?
Tendencia,...mientras iba viendo ese tema es que el límite o es un hoyo o también podría ser como una asíntota, que o sea, la gráfica se acerca a ese límite y tiende a ser asíntota porque no toma ese valor.	Que es una <u>tendencia</u> , este, yo pienso que, o sea, en lo que pude observar, o sea, darme cuenta <u>mientras iba viendo ese tema es que el límite o es un hoyo o también podría ser como una asíntota, que o sea, la gráfica se acerca a ese límite y tiende a ser asíntota porque no toma ese valor.</u>
	Tercera pregunta ¿Cuál es la simbología o notación para expresar la existencia del límite de funciones de una variable?
NO CONTESTÓ	NO CONTESTÓ NADA
	Cuarta pregunta ¿Cuál es la interpretación gráfica para el límite de funciones de una variable, me la puedes explicar?
La gráfica sería un hueco, el límite es un valor que no se toma, la gráfica toma valores muy cercanos pero sin tomar ese número que vendría siendo el límite.	<u>Este, la gráfica sería un hueco, el límite es un valor que no se toma, la gráfica toma valores muy muy cercanos pero sin tomar ese número que vendría siendo el límite.</u>
	Quinta pregunta ¿Qué otras definiciones que conozcas están asociadas a la definición de límite de funciones de una variable?
Lo que le dije de las asíntotas.	Lo que le dije de las asíntotas.
	Sexta pregunta Cuando decimos que el límite de funciones de una variable existe y vale L ¿Qué interpretas o que entiendes de esa afirmación?
No toma ese valor, este, cuando nosotros decimos que el límite vale L es un hoyo en la gráfica.	<u>Que no toma ese valor, este, cuando nosotros decimos que el límite vale L es un hoyo en la gráfica.</u> FIN

Fuente: Elaboración propia (2024)

Memorando del informante ICE2

Las respuestas aportadas por ICE2 reflejaron que el límite es una tendencia de la gráfica, pero luego formula expresiones defectuosas (significados argumentativos), al igual los individuos anteriores, no articula bien las oraciones o no logró adecuadamente las ideas de límite (significado conceptual). No interpreta en absoluto el significado de la simbología utiliza en límite de funciones de una variable (significado argumenta-

tivo). Asocia solo las asíntotas con el límite. No declara las operaciones algebraicas de límites (significado proposicional). No hace mención de la definición formal (significado lingüístico), al igual que otros informantes, demuestra falta de palabras esenciales al momento de manifestar sus ideas. Los significados personales no reflejan las nociones ni conceptos cercanas que permitan alcanzar los significados institucionales esperados (significado actitudivos).

Cuadro 3. Matriz de respuestas del informante clave estudiante 3 (ICE3)

Ideas observadas	Entrevista
	<p>Inv. Primera pregunta ICE3 Por favor hágame de alguna o varias ideas asociadas a la definición de límite de funciones de una variable, a ver ¿Qué recuerdas?</p>
<p>El profesor nos definió la idea del límite a través de una regla general que se le conoce como límite por definición decir que para todo ϵ mayor que cero existe un δ mayor que cero tal que f de x menos la función es igual al límite, (SC). las aplicaciones de los límites límites trigonométricos (SS) límites con indeterminaciones límites por propiedades (SS)</p>	<p>He Primeramente he la definición Como tal, o sea <u>el profesor nos definió la idea del límite a través de una regla general que se le conoce como límite por definición</u> el, la cual está estructurada he ahorita no recuerdo muy bien exactamente la estructura pero más o menos le puedo <u>decir que para todo ϵ mayor que cero tal que f de x menos la función es igual al límite, no estoy muy seguro, no recuerdo exactamente, esa sería una de las primeras ideas que el profesor nos habló acerca de o nos definió como tal el límite y otras ideas que fueron las aplicaciones de los límites</u> he ya bien sean los <u>límites trigonométricos he, los límites con indeterminaciones</u> cero sobre cero, infinito sobre infinito y también los límites por propiedades entre otros.</p>

	<p>Segunda pregunta: ¿Puedes decirme que entiendes de la definición de límite de funciones de una variable?</p>
<p>Es como una relación entre dos funciones para determinar cierto valor (SP)</p>	<p>He, según lo que yo entiendo, es como una, <u>es como una relación entre dos funciones para determinar cierto valor</u>, eso sería lo que entiendo por esa pregunta.</p>
	<p>Tercera pregunta: ¿Cuál es la simbología o notación para expresar la existencia del límite de funciones de una variable?</p>
<p>Para todo ϵ mayor que cero existe un δ mayor que cero tal que la función cuando tiende a x sub cero. que se denota que el límite cuando x tiende a x sub cero de la función de x, eso sería otra denotación otra de las notaciones...</p>	<p>Bueno he, si fuéramos a hablar del límite como tal, la definición, bueno como ya se lo había mencionado anteriormente, <u>para todo ϵ mayor que cero existe un δ mayor que cero tal que la función cuando tiende a x sub cero</u>. Pero también existe la otra notación, <u>que se denota que el límite cuando x tiende a x sub cero de la función de x, eso sería otra denotación otra de las notaciones</u> que se utilizan para realizar problemas y ejercicios.</p>
	<p>Cuarta pregunta: ¿Cuál es la interpretación gráfica para el límite de funciones de una variable, me la puedes explicar?</p>
<p>Los límites tienden a un cierto punto en una función, como si estuviéramos hablando de un punto en que la función se anularía o ocurre un cambio,</p>	<p>La representación gráfica es, se debería al cuando <u>los límites tienden a un cierto punto en una función</u>, eso sería como que <u>como si estuviéramos hablando de un punto en que la función se anularía o ocurre un cambio</u>, de esa manera lo podría, lo vería yo</p>
	<p>Quinta pregunta: ¿Qué otras definiciones que conozcas están asociadas a la definición de límite de funciones de una variable?</p>

<p>límites por propiedades, límites con indeterminaciones cero sobre cero, infinito sobre infinito, infinito menos infinito derivada</p>	<p>Bueno he mencionado como ya le he mencionado en los anteriores, ahorita, <u>las que recuerdo son esas, he límites por propiedades, límites por con indeterminaciones cero sobre cero, infinito sobre infinito, infinito menos infinito</u>, he ¿Que otro tipo de límite? Lo que vemos en el último tema de <u>derivada</u>, que cuando un límite nos daba indeterminación podíamos aplicar la regla de L'Hopital que sirve también para romper cualquier indeterminación.</p>
	<p>Sexta pregunta: Cuando decimos que el límite de funciones de una variable existe y vale L ¿Qué interpretas o que entiendes de esa afirmación?</p>
<p>El límite existe y que representa una imagen de la función, por decirlo.</p>	<p><u>Que el límite existe y que representa una imagen de la función, por decirlo.</u> FIN</p>

Fuente: Elaboración propia (2024)

Memorando informante ICE3

La información suministrada por ICE3, expresa en la primera noción de límite que el profesor le mostró fue con el uso de la definición formal, y no está en concordancia con los demás informantes, menciona que el límite es como una relación entre dos funciones (significado situacional). En general las respuestas aportadas presentan distorsiones con los significados institucionales del tema (significado argumentativo). Mencionó límites por propiedades, el uso de la regla de L'Hopital, indeterminaciones.

El significado de la simbología utilizada en límites de funciones de una variable lo confunde con la definición formal (significado conceptual). Asocia el límite con las propiedades algebraicas y algunas formas indeterminadas (significado proposicional). Al igual que otros informantes, demuestra falta de palabras esenciales al momento de expresar sus ideas (significado lingüístico). Los significados personales no reflejan las nociones ni concepciones cercanas que permitan alcanzar los significados institucionales esperados (significado actuativos).

Cuadro 4. Matriz de respuestas del informante clave estudiante 4 (ICE4).

Ideas observadas	Entrevista
	Inv. Primera pregunta ICE4 Por favor hálbame de alguna o varias ideas asociadas a la definición de límite de funciones de una variable, a ver ¿Qué recuerdas?
<p>Se trata sobre resolver funciones que son indeterminadas que no hay maneras de resolverla de manera directa, ... trata de hallar un valor en el cual al cual tiende ese límite.</p>	<p>En este caso, hasta donde recuerdo, <u>la parte de límite se trata sobre resolver funciones que son indeterminadas que no hay maneras de resolverla de manera directa</u>, por otro lado también se <u>trata de hallar un valor en el cual al cual tiende ese límite.</u></p>
	Segunda pregunta: ¿Puedes decirme que entiendes de la definición de límite de funciones de una variable?
<p>La definición dice que para todo ϵ existe un δ mayor que cero en el cual este la función tiende al límite, es para hallar un Valor al cual tiende ese límite después de resolver la indeterminación en dicho caso.</p>	<p>Como le dije anteriormente hasta donde sé del límite de una función de una variable teóricamente <u>la definición dice que para todo ϵ existe un δ mayor que cero en el cual este la función tiende al límite</u>, pero bueno, eso es lo que más o menos recuerdo, o sea, pero como tal <u>es para hallar un Valor al cual tiende ese límite después de resolver la indeterminación en dicho caso.</u></p>
	Tercera pregunta: ¿Cuál es la simbología o notación para expresar la existencia del límite de funciones de una variable?
<p>El límite cuando x tiende a cero de la función de $f(x)$ es igual a L.</p>	<p><u>El límite cuando x tiende a cero de la función de $f(x)$ es igual a L.</u></p>
	Cuarta pregunta: ¿Cuál es la interpretación gráfica para el límite de funciones de una variable, me la puedes explicar?
<p>Se representa con asíntotas.</p>	<p><u>Se representa con asíntotas.</u></p>

	<p>Quinta pregunta: ¿Qué otras definiciones que conozcas están asociadas a la definición de límite de funciones de una variable?</p>
<p>Derivadas integrales impropias...</p>	<p>En este caso hasta donde recuerdo, la parte del límite se puede aplicar tanto en <u>derivadas</u> como en <u>integrales</u>, en la parte de integrales se aplican en las <u>integrales impropias</u> si no me equivoco.</p>
	<p>Sexta pregunta: Cuando decimos que el límite de funciones de una variable existe y vale L ¿Qué interpretas o que entiendes de esa afirmación?</p>
<p>Esto quiere decir que la función no es indeterminada, que tiene un valor como tal, el límite no tiende al infinito, el límite no va al infinito como tal.</p>	<p><u>Esto quiere decir que la función no es indeterminada, es decir, que tiene un valor como tal, el límite no tiende al infinito, el límite no va al infinito como tal.</u> <u>FIN</u></p>

Fuente: Elaboración propia (2024)

Memorando informante ICE4

Las ideas manifestadas por ICE4, dan a entender distorsiones en los significados referentes a las nociones de límites, palabras que no corresponden, oraciones mal planteadas, debido a estructuras mal fundadas, (significado lingüístico); terminología inadecuada o mal asociada, hace mención de funciones indeterminadas las cuales no se pueden resolver directamente (significado situacional). No asimiló la definición formal (significado conceptual).

Tampoco comprende el significado de simbología, por lo cual la respuesta es inadecuada (significado proposicional). Al igual, los otros informantes, demuestra falta de palabras esenciales al momento de expresar sus opiniones (significado argumentativo). Confunde términos cuando expresó la existencia del límite el cual tiene que ver con funciones no indeterminadas, sin ideas acerca de la existencia. Los significados personales adquiridos no reflejan los planteamientos cercanos que permitan alcanzar los significados institucionales esperados (significado actuativo).

Cuadro 5. Matriz de respuestas del informante clave estudiante 5 ICE5

Ideas identificadas	Entrevista
	Inv. Primera pregunta ICE5 Por favor hálame de alguna o varias ideas asociadas a la definición de límites de funciones de una variable, a ver ¿Qué recuerdas?
El límite es como una frontera	Bueno este <u>el límite es como una frontera</u> , de la función, lo podemos utilizar para resolver derivadas ahorita no recuerdo más.
	Segunda pregunta ¿Puedes decirme que entiendes de la definición de límite de funciones de una variable?
Es como una frontera que tiene la función, como que es una restricción de la misma	Bueno como dije anteriormente, es como una frontera que tiene la función, como que es una restricción de la misma.
	Tercera pregunta ¿Cuál es la simbología o notación para expresar la existencia del límite de funciones de una variable?
Límite cuando x tiende a cero o a infinito o k que sería una constante y cuando decimos que el límite existe y es igual a L	Bueno, en la simbología, la que utilicé fueron <u>límite cuando x tiende a cero o a infinito o k que sería una constante</u> y también <u>cuando decimos que el límite existe y es igual a L</u> o algo así, eso es lo que recuerdo.
	Cuarta pregunta: ¿Cuál es la interpretación gráfica para el límite de funciones de una variable, me la puedes explicar?
El límite de una función y decimos que el límite de esa función es igual a 5, es decir, que la función está restringida hasta allí, hasta ese número, es como una frontera que tiene la función es como una restricción	Bueno por ejemplo cuando nosotros <u>hayamos el límite de una función y decimos que el límite de esa función es igual a 5</u> , es decir, que <u>la función está restringida hasta hasta allí, hasta ese número, es como una frontera que tiene la función es como una restricción</u> , eso es lo que recuerdo.

	Quinta pregunta: ¿Qué otras definiciones que conozcas están asociadas a la definición de límite de funciones de una variable?
Diversos temas, asíntotas, derivadas	Bueno este por lo menos el límite lo podemos utilizar en <u>diversos temas</u> , lo que es, lo puedes utilizar en ver las <u>asíntotas</u> , lo podemos utilizar en <u>derivadas</u> , para ver cuál es el límite de una función, para resolver esos problemas.
	Sexta pregunta: Cuando decimos que el límite de funciones de una variable existe y vale L ¿Qué interpretas o que entiendes de esa afirmación?
existe una restricción en esa función y que es L que el límite hasta allí ...	Bueno, que como dije anteriormente <u>existe una restricción en ese límite, en esa función perdón, y que es L que el límite hasta allí</u> pues, es lo que entendí y lo que recuerdo. FIN

Fuente: Elaboración propia (2024)

Memorando informante ICE5

Para el informante ICE5, las nociones de límites se remiten a la idea de una frontera, de restricciones que cumple la función, pero sin mencionar como son, esta idea la expresa en varias de sus respuestas lo cual, si se puede inferir en un aprendizaje, puesto que lo argumenta desde varios puntos de vista (significado argumentativo), pero de manera defectuosa respecto a los significados institucionales a adquirir (significado situacional). No asimiló la definición formal (significado conceptual). Tampoco comprende el significado de simbología, por lo cual la respuesta es inadecuada (significado proposicional). Al igual que otros informantes, demuestra falta de palabras esenciales (significado lingüístico), al momento de expresarse y los significados personales adquiridos no reflejan las

ideas cercanas que permitan alcanzar los significados institucionales esperados (significado actuativo).

Conclusiones

A lo largo del presente trabajo se siguieron diferentes procedimientos para lograr el propósito de indagar acerca de las ideas que realizan los estudiantes, cursantes de carreras universitarias, en la facultad de Ingeniería, para descubrir los conceptos que manejan de algunas nociones matemáticas relativas al tema de límites de funciones de una variable.

Respecto al propósito de la investigación y siguiendo los planteamientos del enfoque ontosemiótico y las lineamientos establecidos por el análisis cualitativo, permitió concluir que la mayoría de los informantes clave, estudiantes de

ingeniería, no fueron capaces de generar conceptos adecuados al tema de estudio, donde la mayoría de sus manifestaciones fueron palabras aisladas, escasas, carecen de interpretaciones simbólicas matemáticas, donde no reconocen elementos simbólicos involucrados en la definición ni tampoco los elementos asociados a la representación gráfica.

Además, el estudio permitió determinar que el grado de significación de los conceptos manejados los estudiantes sometidos a instrucciones didácticas del tema límite de funciones de una variable están divorciados de las ideas planteadas en los textos de referencia y en los propósitos educacionales de la asignatura.

Las ideas manifestadas desde el punto de vista de la semiótica, expuestas a través de las entrevistas, permitió observar faltas discursivas en los informantes clave, facultando inferir la no comprensión de las definiciones y malas traducciones del lenguaje matemático al lenguaje coloquial y viceversa, y falta de significados simbólicos de las definiciones involucradas. La carencia de conocimientos se profundiza al no considerar las reglas de semántica y estructuración de oraciones adecuadas que admitan dar una idea clara de lo que se desea expresar en un momento dado.

También la escasa conexión e interpretación entre la noción intuitiva del límite de funciones de una variable, la definición matemática propiamente con el simbolismo, aplicación y la representación gráfica, muestra una incompreensión de los conceptos estudiados y que de alguna manera se deberán reforzar a través

de un sistema de prácticas para lograr los fines educativos propuestos.

Se recomienda la construcción de teorías para aportar nuevas estrategias o formas de enseñanza y aprendizaje de la definición de límite de funciones de una variable, tanto de una manera algebraica, como gráfica y su aplicabilidad a diversos problemas, a partir del enfoque ontosemiótico.

Referencias bibliográficas

- Abreu Da Silveira, Marisa. (2017). Comprensión de las matemáticas en el uso de símbolos y la gramática. **Revista Guiller Ockham**. Vol. 15, N° 1, pp. 51-57. Disponible en: http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1794-192X2017000100051&lng=en&nrm=iso&tlng=es. Recuperado el 18 de junio de 2023.
- Aznar, Andrea; Baccelli, Sandra; Figueroa, Stella; Distéfano, María y Anchorena, Sergio. (2016). Las funciones semióticas como instrumento de diagnóstico y abordaje de errores. **Revista Bolema, Rio Claro (SP)**. Vol. 30, N° 55, pp. 670-690. Disponible en: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/Ds9xYwrSDGbRDpzPR4hPNHC/?lang=es&format=pdf>. Recuperado el 15 de mayo de 2023.
- Colina, Pedro. (2017). **Enfoque onto-semiótico de la noción de límite en funciones de una variable**

- (Tesis doctoral). Universidad Privada Dr. Rafael Bellosó Chacín. Venezuela.
- Colina, Pedro y Romero, Yaritza. (2021). Una tipología general de errores matemáticos para los estudiantes de ingeniería. **Revista Encuentro Educacional**. Vol. 27, Nº 2, pp. 201-219. Venezuela. Disponible en: <https://www.produccioncientificaluz.org/index.php/encuentro/article/view/36374>. Recuperado 10 de septiembre de 2023.
- Distéfano, María. (2017). **Procesos de significación para algunos símbolos matemáticos en estudiantes universitarios** (Tesis de doctoral). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Argentina.
- Distefano, María; Pochulu, Marcel y Font, Vicenç. (2015). Análisis de la complejidad cognitiva en la lectura y escritura de expresiones simbólicas matemáticas. **Revista REDIMAT**. Vol. 4, Nº. 3, pp. 202-233. Disponible en: <https://www.hipatiapress.com/hpjournals/index.php/redimat/article/-view/1568/1568-2>. Recuperado 17 de julio de 2023.
- Font, Vicenç y Rubio, Norma. (2017). **Procesos matemáticos en el enfoque ontosemiótico**. Conferencia – Seminario. Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico. Disponible en: <http://enfoueoontosemiotico.ugr.es/civeos.html>. Recuperado el 17 de julio de 2023.
- Godino, Juan. (2018). **Bases epistemológicas e instruccionales del enfoque ontosemiótico en educación matemática**. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino/>. Recuperado 05 de mayo de 2023.
- Godino, Juan. (2023). Enfoque ontosemiótico de la filosofía de la matemática educativa. **Revista Paradigma**. Vol. 44, Nº. 2, pp. 7-33. Disponible en: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/issue/view/87>. Recuperado 05 de junio de 2023.
- Hernández-Sampieri, Roberto y Mendoza, Christian. (2018). **Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta**. Primera edición. Editorial: McGraw Hill Interamericana Editores, S.A. México.
- Peirce, Charles. (2001). **La ciencia de la semiótica**. Ediciones Nueva Visión. Argentina.
- Rojas, Pedro. (2015). Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos. **Revista Enseñanza de las Ciencias**. Vol. 33, Nº. 1. pp. 151-165. Disponible en: <https://enciencias.uab.cat/article/view/v33-n1-rojas/1479-pdf-es>. Recuperado el 30 de agosto de 2023.

- Romero, Yaritza. (2015). **Modelo didáctico bajo la modalidad b-learning, en la promoción del aprendizaje significativo en las aplicaciones de la derivada** (Tesis doctoral). Universidad Rafael Beloso Chacín. Maracaibo-Venezuela.
- Strauss, Anselm. y Corbin, Juliet. (2016). **Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada**. Segunda edición. Editorial Universidad de Antioquia. Colombia.
- Vergnaud, Gérard. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**. Vol. 17, N° 2, pp. 167-181. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0364021399800573>. Recuperado el 30 de agosto de 2023.