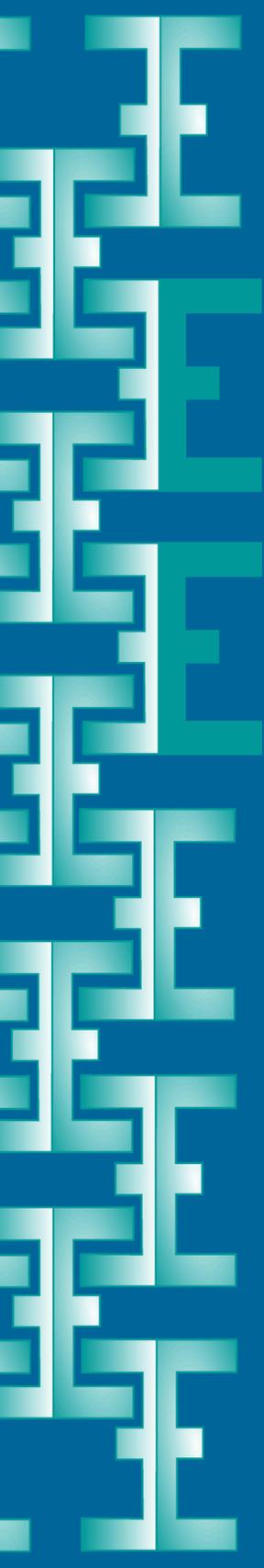


# Revista Especializada en Educación

ISSN 1315-4079 - Depósito legal pp 199402ZU41



# Encuentro

# Educacional

**Vol. 27**

**N° 2**

Julio - Diciembre

2 0 2 0

Maracaibo - Venezuela

## Encuentro Educacional

ISSN 1315-4079 ~ Depósito legal pp 199402ZU41

Vol. 27 (2) julio - diciembre 2020: 201-219

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.8195698>

# Una tipología general de errores matemáticos para los estudiantes de ingeniería

*Pedro José Colina Pérez y Yaritza Josefina Romero Rincón*

*Departamento de Matemática. Facultad de Ingeniería.*

*Universidad del Zulia. Maracaibo-Venezuela*

*pcolina7@gmail.com; yaritzarr@hotmail.com*

## Resumen

La ocurrencia de errores durante la realización de diferentes situaciones de evaluación con estudiantes de ingeniería, en asignaturas de altos contenidos matemáticos, apreciada recurrentemente en los primeros semestres, evidencian algunas distorsiones entre las definiciones, significados, procedimientos y conceptos que se forman los alumnos; aparecen en discordancia con los propósitos de los modelos educativos referidos al aprendizaje e impiden que se alcancen los objetivos planteados. El propósito del presente trabajo fue proponer una tipología general de los errores matemáticos que cometen los estudiantes de los primeros semestres de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia. Se fundamentó en otros estudios realizados en asignaturas de los primeros semestres: Gamboa, Castillo e Hidalgo (2019); Colina (2017); Distefano, Pochulu y Font (2015); Romero (2015). La metodología utilizada fue de tipo documental, descriptiva y comparativa. Se obtuvo como resultado una tipología general de errores en matemática, definida con ocho categorías y un total de 64 indicadores. La misma conjuga aspectos observados, desde el uso del lenguaje matemático, con signos e interpretación simbólica y su transferencia al lenguaje cotidiano; aplicación a fenómenos y problemas físicos reales y de la práctica de la ingeniería; procesos lógicos; abstracción de las definiciones; uso de gráficos y representaciones; casos particulares aplicados a la geometría; errores cometidos por descuido o de manera fortuita. Se recomienda utilizar las categorías concluyentes como indicaciones didácticas para evitar o minimizar su presencia.

**Palabras claves:** Tipología; errores matemáticos; estudiantes de ingeniería.

Recibido: 14-07-2020 ~ Aceptado: 05-10-2020

## A general typology of mathematical errors for engineering students

---

### Abstract

The occurrence of errors during the realization of different evaluation situations with engineering students, in subjects with high mathematical content, repeatedly appreciated in the first semesters, show some distortions between the definitions, meanings, procedures and concepts that the students form; They appear in disagreement with the purposes of educational models related to learning and prevent the objectives set from being achieved. The purpose of the present work was to propose a general typology of the mathematical errors that the students of the first semesters of the Faculty of Engineering of the University of Zulia commit. It was based on other studies carried out in subjects from the first semesters: Gamboa, Castillo and Hidalgo (2019); Hill (2017); Distefano, Pochulu and Font (2015); Romero (2015). The methodology used was documentary, descriptive and comparative. The result was a general typology of errors in mathematics, defined with eight categories and a total of 64 indicators. It combines observed aspects, from the use of mathematical language, with signs and symbolic interpretation and their transfer to everyday language; application to real physical phenomena and problems and engineering practice; logical processes; abstraction of definitions; use of graphics and representations; particular cases applied to geometry; careless or accidental mistakes. It is recommended to use conclusive categories as didactic indications to avoid or minimize their presence.

**Keywords:** Typology; mathematical errors; engineering students.

### Introducción

Los errores que cometen los estudiantes de nuevo ingreso y en los primeros semestres en la Facultad de Ingeniería, demuestran una realidad muy diversa con muchos tintes y matices, acerca de las causas que lo pueden originar, esta situación obliga sin importar sus orígenes a plantear estrategias diversas por parte de los profesores y un primer paso es una categorización de los errores para agruparlos y establecer una serie de acciones que permitan

minimizar la presencia de los mismos durante los periodos académicos.

No obstante, si bien los errores no van a desaparecer por completo, son de carácter repetitivo en el tiempo, lo cual permite identificarlos y clasificarlos, para tomar acciones que logren minimizarlos e implementar cada vez nuevas estrategias, que viabilicen el alcance de los aprendizajes establecidos como propósitos educativos.

Esta investigación se basó en otros estudios previos referidos a las unidades

didácticas con contenidos matemáticos, como Geometría, Álgebra Lineal y Cálculo I, en estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia, y producir una tipología general que incluya todos los casos observados en las diferentes investigaciones. Esto permitió afirmar que la población es más o menos homogénea, donde se mantienen sus características en diferentes periodos, se han producido las respectivas tipologías particulares y en conjunto permite observar prácticamente las diferentes tipologías de errores matemáticos, que cometen los estudiantes que han sido descritos por diferentes autores, en otros lugares y a diferentes niveles educativos.

El propósito del presente trabajo fue proponer una tipología general de los errores matemáticos que cometen los estudiantes de los primeros semestres de la facultad de Ingeniería, de la Universidad del Zulia.

## **Fundamentación teórica**

En la investigación se plantean el estudio de los errores que cometen los estudiantes de asignaturas relativas a la matemática, adquieren diferentes argumentos dependiendo del nivel educativo, por lo cual se han tratado de identificar desde hace tiempo.

### **Tipologías de errores en matemática**

Colina (2006) señala que un profesor, en la Universidad de Illinois, de nombre Thomas Mc Cromack, ya para

el año 1912, había trabajado el tema de los errores en los estudiantes de matemática, donde caracterizó algunos de estos errores y proponía aplicaciones a la educación.

En la época actual, desde mediados del siglo pasado, en diferentes partes del mundo y a diferentes niveles educativos, muchos autores han realizado investigaciones al respecto y expresado sus aportes, tales como: Radatz (1980), Davis (1984), Batanero et al., (1994), Socas (1997, 2007), De La Torre (1999), Brousseau (2001), Engler et al. (2014), Distefano, Pochulu y Font (2015). Algunos de ellos han realizado categorizaciones de estos errores, estableciendo un patrón de registro que permite al docente aplicar estrategias correctivas que promuevan la adquisición del conocimiento correcto y poder resolver los problemas planteados, alcanzando así los objetivos educativos.

Desde esta perspectiva, los errores son fuente de motivación tanto para el docente como para el alumno, para superar una primera condición de faltas y errores hasta lograr los objetivos planteados de la misión educativa, buscando nuevas formas y estrategias de enseñanza aprendizaje de la matemática.

Al referirse al tema de los errores cometidos por los aprendices, ciertos investigadores han expresado:

El estudio de los errores debería ser un eje central en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, ya que le permite al personal do-

cente identificar los conceptos o procedimientos en los que el estudiantado posee deficiencias o no ha logrado la comprensión adecuada (Gamboa, Castillo e Hidalgo, 2019:28).

Por otra parte, *“Pudiera decirse entonces que los alumnos no inventan las cosas que escriben en las diferentes evaluaciones, de alguna manera ellos reflejan en las pruebas algún tipo de conocimientos que creen que son correctos”* (Colina, 2006:24).

Al respecto, otros autores que han investigado este hecho, como Franchi et al. (2011), hacen referencia a la actitud de los educandos, la cual expresa la susceptibilidad de ser modificada, donde los profesores pueden intervenir mediante diferentes técnicas para lograr una actitud hacia el aspecto positivo de los errores. Entonces, se puede afirmar de modo, que la observación de los errores permite enfocar al docente en los aspectos donde debe realizar un énfasis al momento de la preparación y dictado de sus clases.

La relevancia de ¿por qué el estudio de la matemática para los estudiantes de ingeniería? puesto que allí se conjugan una serie de elementos y visiones de la matemática, desde su definición formal o simbólica donde aparecen los significados, su traducción al lenguaje cotidiano dando paso a la conceptualización en cada alumno, la parte representativa, los aspectos lógicos, su parte abstracta, el uso de gráficas y otras formas de

representación; hasta la aplicabilidad de la misma en el contexto social. (Es de recordar que la matemática a este nivel, está presente a través de fórmulas, gráficos, tablas, símbolos, representaciones, entre otros aspectos, para luego ser aplicados).

Ahora bien, *“se presume que quien decide estudiar esta carrera, goza casi por obligación, de habilidades numéricas y que debería incluso disfrutar el solucionar problemas matemáticos, cimientos sobre los cuales se va a construir el edificio de los conocimientos de la carrera”* (Franchi et al., 2011:373). Para estos autores, además *“la expectativa del docente de ingeniería es, por tanto, que el estudiante domine al menos las nociones más elementales de la matemática”*. Sin embargo, se puede constatar el ingreso a las universidades de muchos jóvenes, los cuales no disponen de estos conocimientos básicos previos, que debieron haber aprendido en bachillerato.

Desde hace poco menos de 20 años, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia (LUZ), un grupo de profesores de diferentes especialidades o asignaturas, han realizado investigaciones acerca de los errores cometidos por los estudiantes durante las diferentes evaluaciones formativas y sumativas, en grupos de diferentes especialidades de la ingeniería, durante los primeros semestres de estudio, lo cual ha permitido identificar los errores mayormente cometidos y los conocimientos que traen como aprendizajes

del nivel educativo medio o de bachillerato y luego manifiestan al ingresar a las universidades.

Esto ha permitido, de cierta manera, estimar la capacidad que poseen los educandos de asimilar los conocimientos nuevos, así como identificar las deficiencias en sus saberes, lo cual a su vez ha posibilitado caracterizarlos, en varios trabajos donde: se estableció una categorización de los errores en geometría a nivel superior (Franchi (2002), se describió la actitud del estudiante de ingeniería hacia sus errores (Franchi et al., 2011), se categorizaron los obstáculos epistemológicos en geometría a nivel superior (Bohórquez, 2002), se determinó la comprensión y metacompreensión en alumnos de ingeniería (Franchi, 2002) y se categorizaron los errores en el área de álgebra lineal a nivel superior (Fuenmayor, 2006).

La concepción de la simetría en estudiantes como un obstáculo epistemológico para el aprendizaje de la geometría, por mencionar algunos, para Franchi y Hernández (2004a:64), “*la identificación* y análisis de estos errores ha permitido sustituir un conocimiento viejo e institucionalizado en la sociedad por uno que se revela con mayor fuerza y vigor”. Las mencionadas tipologías estudiadas en la Facultad de Ingeniería se basaron en otras tipologías ya existentes, algunas más generales y otras específicas para la matemática, como las de Movshovitz et al. (1987), Radatz (1979).

La problemática de estudio en la educación matemática se puede conjugar en los siguiente aspectos: epistemológico, cognoscitivo, sociocultural, humanista y emocional. Por otra parte, muchas veces el error enfrenta las ideas del profesor con las creencias del aprendiz, pero es más que eso, aparece una triada de elementos: estudiantes, profesores y conocimientos matemáticos, donde estos últimos son validados por quienes han producido ese conocimiento, mientras que el profesor busca la forma de enfrentar ese conocimiento al alumno, en situaciones didácticas y adidácticas, pero además el alumno debe buscar directamente el conocimiento.

En tal sentido, Colina (2006) afirma que el error es inducido por algún contexto aprendido de manera inadecuada o producido por algunas ideas o creencias del educando. Pudiera decirse entonces, los estudiantes creen no inventar las cosas que escriben en las diferentes evaluaciones, de alguna manera ellos reflejan en las pruebas algún tipo de conocimientos adquirido considerado adecuado y correcto.

Dentro de las corrientes educativas, se han considerado: las orientaciones de la teoría de aprendizaje, la teoría constructivista, la teoría cognitiva de la didáctica de la matemática, sistémica, el enfoque onto-semiótico; se tiene que todos ofrecen un mejor tratamiento hacia el error, planteando sus propias estrategias hacia el docente y hacia el alumno; pero sin duda, el error siempre va a existir dentro de nuestras

instituciones educativas dado que se conjugan muchas situaciones, que influyen en la aparición de los errores en nuestros estudiantes; por ejemplo, la parte humana y su naturaleza al error; y que se pueden minimizar.

Dentro de las características que se pueden mencionar acerca de las tres tipologías base de esta investigación, en las asignaturas de Geometría, Cálculo I y Álgebra Lineal, son las siguientes: todas aplicadas a la matemática, poseen muchas similitudes y pocas diferencias a nivel universitario en la misma universidad, dentro de la misma facultad, con estudiantes de los primeros semestres, dentro del llamado Ciclo Básico; lo que de alguna manera permite decir, que la población es más o menos homogénea aun cuando los trabajos se realizaron en diferentes

momentos y cortes.

Desde esta perspectiva y manera más específica, dentro de una Universidad Nacional Pública, en estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia, en las asignaturas: Geometría, Cálculo I y Álgebra lineal, se realizaron investigaciones dirigidas por Franchi y Hernández (2004a, 2004b), Colina (2006, 2016) y Fuenmayor (2006).

En el cuadro 1, se muestran las diferentes categorizaciones de los errores cometidos por los estudiantes de la Facultad de Ingeniería, en cada una de las investigaciones bases de este estudio. A partir de ellas, se hizo un análisis de tipo comparativo para establecer una generalidad de los errores encontrados.

**Cuadro 1. Categorización de errores**

<b>Geometría</b>	<b>Álgebra</b>	<b>Cálculo I</b>
De pre requisitos	Dominio teórico conceptual	Debido a conocimientos previos
Propios del lenguaje geométrico	Errores técnicos	Debido a la comunicación del lenguaje matemático
Gráficos	Errores de técnica	Gráficos
De razonamiento	De razonamiento incorrecto e inferencias falsas	De procedimiento
De transferencia	Errores debidos a datos mal copiados y/o mal utilizados	De razonamiento
De técnica	Falta de verificación y/o justificación de la solución	Azarosos
De tecnología		
Azarosos		

Fuente: Elaboración propia, basada en Franchi y Hernández (2004a, 2004b), Fuenmayor (2006) y Colina (2006).

## Metodología

La investigación fue documental de tipo descriptiva y comparativa. Está orientado hacia el análisis de diferentes hechos o fenómenos a través de exploraciones rigurosas, apoyándose en técnicas precisas y fuentes de carácter bibliográfico y documental, tales como documentos, resultantes de investigaciones, textos para conceptualizar, identificar, describir y comparar, elementos, caracteriza, propiedades y fenómenos, en este caso particular estudio de errores que tiene como propósito de situación o disertación concreta, en su análisis para tipificar de manera general (Hernández y Mendoza, 2018).

Desde esta vision se realizaron búsquedas de trabajos e investigaciones que se habían generado en años anteriores; se fueron analizando, el estudio de casos en Geometría y contrastando con autores, de manera semejante se trabajo con Cálculo I y Álgebra, de manera que se fue creando un banco de categorías, las cuales se generalizaron y caracterizaron, en los errores comunes observados en otras latitudes, hasta llegar a investigaciones más recientes realizadas en la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia, en especial en el Departamento de Matemática.

## Resultados y discusión

### Análisis de las tres vertientes tipológicas, puntos de encuentro

En lo relativo a conocimientos que debieron ser adquiridos antes del

ingreso a la universidad, durante su etapa de bachillerato: las tres vertientes de tipologías analizadas fueron: Franchi y Hernández (2004a, 2004b), Geometría; Colina (2006), Cálculo I; y Fuenmayor (2006), Álgebra Lineal; incluyen errores de los estudiantes en asignaturas con muchos contenidos matemáticas.

### Errores debido a los conocimientos previos (ECP)

Dentro de las categorías, todas estas están de acuerdo en la ocurrencia de errores debido a conocimientos que debieron ser adquiridos antes de ingresar a la universidad, entre las cuales consideran en sus respectivas tipologías un error a los conocimientos que debieron estar presentes al momento de su ingreso a la universidad; Colina (2006), lo menciona como errores debido a los conocimientos previos; Fuenmayor (2006), lo refiere como dominio teórico conceptual, y los describe como los errores que se producen por desconocimiento total o parcial de conceptos, reglas, principios, propiedades, entre otros y/o aplicación inadecuada de los mismos.

Estos contenidos pertenecen a un conjunto de habilidades que deben estar reconocidas e identificadas por todos los aspirantes a ingresar a la Facultad de Ingeniería, al respecto afirman *“los errores de pre requisitos se deben a un aprendizaje deficiente de hechos, habilidades y destrezas que el alumno debió adquirir antes de iniciar el estudio de geometría”* (Franchi y

Hernández, 2004b:197). Por su parte, Colina (2006), lo define como errores debido a los conocimientos previos y describe un conjunto de indicadores en función de aspectos contenidos en los programas educativos del nivel de bachillerato; mientras que Fuenmayor (2006), los llama como errores a nivel teórico.

Dentro de las tipologías que sirvieron de referencias para los análisis posteriores, algunos si consideraron los conocimientos previos y otros no, refiriéndolos de otra manera, como errores debido a datos mal utilizados según Movshovitz et al. (1987), mientras que Radatz (1979) si refiere a los errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. Franchi et al. (2011:373) afirman, “*es natural que el alumno que se inicia en el estudio de un tema matemático cometa errores al realizar ejercicios o resolver problemas, no es que se equivoque al realizar operaciones relacionadas con conceptos que se espera ya estén consolidados*”.

### **Errores debido al lenguaje matemático (ELM)**

En lo relativo al lenguaje matemático, también coinciden las tres vertientes tipológicas en su importancia, para la comprensión de los problemas y su posterior resolución. Colina (2006), lo define como error del lenguaje matemático y lo refiere a usos inadecuados de las notaciones o símbolos matemáticos, lo cual se traduce en la poca adquisición

de los significados suficientes de los signos que intervienen en la situación problema, donde el alumno no comprende el significado que eso traduce, de igual manera, la traducción inadecuada de una situación problema al lenguaje matemático, hace que no se entienda la idea que se desea transmitir.

Asimismo, agrega este autor el uso inadecuado de los signos, mala lectura de su interpretación, el desconocimiento del lenguaje, y observa que una deficiencia de este (ya sea desconocimiento o mal significado) no permite interpretar los representados. Al aludir este error, Colina (2017) refiere a la interpretación semiótica de los signos usados en matemática y dentro del contexto particular puede referir a varias interpretaciones, debido al significado simbólico que se adopta en esos casos como posibles fuentes de malos significados o deficientes interpretaciones, que causan este tipo de errores en el lenguaje matemático.

Por su parte Fuenmayor (2006), lo refiere como el uso incorrecto de propiedades y definiciones, los señala como aquellos que surgen por desconocimiento del lenguaje matemático o del usado comúnmente dentro del Álgebra Lineal, lo que conlleva al estudiante a no saber que traduce ese lenguaje matemático, y en el caso particular del está el mal uso de sus propiedades, definiciones, signos y por ende de su traducción errónea.

A este respecto, Franchi y Hernández (2004b), lo infieren como

errores propios del lenguaje geométrico, consideran este tipo, derivado del uso inapropiado de expresiones orales y escritas de los símbolos, notaciones propias de la Geometría y de su interpretación. Estas autoras destacan que este tipo de errores, se identifican cuando el alumno usa de manera inadecuada notaciones o elementos geométricos, demuestra algo que no se le pide, lo cual permite configurar un desconocimiento del lenguaje, también cuando plantea una ecuación o proposición que no corresponde con el enunciado o cuando describe adecuadamente la construcción de figuras geométricas.

Se puede mencionar que las tipologías referidas a la matemática, en todas ellas hacen referencia a su lenguaje e importancia particular. Para Godino (2003), es esencial el reconocimiento del significado del lenguaje matemático y a su vez, este significado ligado a la comprensión de las ideas y sus definiciones. Al respecto, Colina (2017) afirma, los signos matemáticos sus significaciones y sus representaciones, no se pueden comprender de manera aislada, donde solo aquellos estudiantes que manejan ese lenguaje matemático pueden asimilar las definiciones que se presentan en determinadas situaciones, problemas o ejercicios.

Gamboa, Castillo e Hidalgo (2019: 27), afirman de este error; “uso de notación y lenguaje matemático, lo que imposibilita interpretar y realizar operaciones y resolver una situación problema”. Todas las tipologías, refe-

ridas a la matemática incluyen a esta como esencial debido al lenguaje simbólico y de reconocer el significado propio de los signos en relación al contexto donde se ubican.

### **Errores debido al razonamiento (ER)**

Otra categoría donde coinciden las tres tipologías, se refiere a los errores que se producen debido a razonamientos inadecuados, la cual infiere que la matemática permite al estudiante desarrollar procesos de razonamiento lógico y lógico matemático, lo cual conlleva a través de diferentes tipos de razonamiento a encontrar y llegar a plantear la respuesta a un determinado problema o situación, para lo cual destaca Romero (2015), no es solo conocer algún procedimiento, sino el desarrollo de una sucesión de pasos lógicos que justifican algún razonamiento.

Como errores de razonamiento incorrecto e inferencias falsas, estos errores se producen por desconocimiento de los principios básicos de la lógica, considera esta tipología relacionada con el razonamiento, y refiere que en el trabajo de los alumnos, al resolver problemas de Álgebra Lineal, “*aparecen fallas en el razonamiento y no se deben al contenido específico; de igual manera, los errores cometidos a realizar estos razonamientos incorrectos llegando a soluciones verdaderas o a inferencias falsas*” (Fuenmayor, 2006:84).

En este mismo orden de ideas, Franchi y Hernández (2004b), explican

que el razonamiento lógico para geometría es fundamental y se requiere para la demostración de teoremas, quedando evidenciado cuando los estudiantes añaden condiciones o hipótesis que no están dadas en el problema; cuando usan teoremas, axiomas que no están dadas en la hipótesis.

Colina (2006), expresa que este error sucede cuando el aprendiz aplica un método que no corresponde al caso, usa inadecuadamente implicaciones lógicas, confunde procesos deductivos con inductivos, usa definiciones o propiedades sin verificar alguna condición, incurriendo en razonamiento inadecuado. Para identificar este tipo de errores hay que recurrir a la observación de un desarrollo dentro de un procedimiento, donde la secuencia y el razonamiento lógico esencial y debe estar presente en los estudiantes de ingeniería.

### **Errores debido al procedimiento (EP)**

Los errores de procedimientos son un error común en las tres tipologías se refiere a los procedimientos y técnicas empleadas por los estudiantes al momento de resolver los problemas, sin embargo los tres autores no coinciden en el nombre, pero al considerar las definiciones que cada uno le da al respecto, se observa su concordancia y semejanza o parecido. Colina (2006), infiere que este error ocurre cuando al elegir de manera inadecuada el método de resolución de determinado problema

o ejercicio, o donde el alumno reconoce el procedimiento o técnica adecuado pero no sabe el proceso requerido.

Para Franchi y Hernández (2004b) y Fuenmayor (2006), nombran esta tipología como errores de técnica, las cuales coincide con que el error cometido en la selección de una técnica o procedimiento inadecuado o cuando seleccionada la técnica correcta la aplica de forma incorrecta, se consideran los errores en la aplicación de operaciones aritméticas básicas, ejecución incorrecta de operaciones algebraicas elementales, entre otros.

En Álgebra (Fuenmayor, 2006) los errores por falta de verificación de los resultados o de la solución encontrada, y afirma que se identifica cuando un alumno no verifica la respuesta encontrada en el planteamiento original, y pueden ocurrir casos donde luego de aplicar ciertos artificios matemáticos dentro de una técnica, se agregan soluciones que no satisfacen las condiciones iniciales del problema o ejercicio. Colina (2006) menciona como uno de los errores normales en los que incurren sus estudiantes y lo considera como un error particular en el uso de una técnica.

Franchi y Hernández (2004b:201), adoptaron el término según la tipología de Brousseau (2001), afirmando que *“surgen por la aplicación incorrecta o inadecuada de procedimientos o algoritmos en la solución de problemas geométricos o en la demostración de proposiciones geométricas”*, especi-

can a manera de ilustración que ellas ocurren exclusivamente cuando usando un algoritmo correcto, lo aplica de manera defectuosa.

### **Errores debido a la tecnología (ETC)**

A diferencia de Colina (2006) y Fuenmayor (2006), que incluyen en esta categoría cuando eligen una técnica incorrecta, Franchi y Hernández (2004b:201), lo separan como otro tipo y lo definen como errores de tecnología (selección inadecuada de la técnica), y se produce cuando:

Un alumno selecciona un algoritmo inadecuado para resolver un problema geométrico o usa una estrategia inadecuada para realizar una demostración geométrica y expresan su importancia debido a la cantidad de demostraciones que se les solicita a los estudiantes durante los cursos.

### **Errores debido a la transferencia (ETR)**

Franchi y Hernández (2004b:200), a diferencia de Colina (2006) y de Fuenmayor (2006), añaden a su tipología la categoría de errores de transferencia y la definen como una falta de habilidad por parte del estudiante de utilizar otros conocimientos que debieron ser aprendidos de otras asignaturas para resolver problemas o situaciones problemáticas de la geometría en situaciones reales, explican que ocurren “*cuando el estudiante transforma defectuosamente una si-*

*tuación problemática real en un problema geométrico, o cuando aplica defectuosamente conocimientos propios de otras asignaturas o disciplinas en un problema geométrico planteado”.*

### **Errores de representaciones gráficas (ERG)**

Los errores referidos a representaciones gráficas se refieren a los dibujos o representaciones gráficas que utilizan los alumnos en la resolución de problemas. Colina (2006), Franchi y Hernández (2004b), le dan gran importancia como categoría relevante al considerar que las representaciones gráficas y las construcciones geométricas son esenciales y de gran importancia en el planteamiento, resolución y conclusión de los problemas planteados, así la representación adecuada de funciones en el plano cartesiano, además como complemento, en muchos casos, de la información escrita de manera simbólica.

Los errores gráficos para los estudiantes de ingeniería (Colina, 2006), donde parte de su lenguaje se refiere a representaciones e interpretaciones de gráficas de diferentes tipos, simulaciones de partes y piezas que deben engranar adecuadamente/correctamente, planos de diseño, fabricación y construcción, lo hace sumamente importante y representativo, por lo cual es muy pertinente esta categoría.

Para Franchi y Hernández (2004b), estos errores se asocian con la falta de habilidad del alumno, de imaginar e

interpretar enunciados para trasladarlos a una representación adecuada de figuras geométricas, “un estudiante incurre en este tipo de errores cuando dibuja una figura geométrica que no corresponde con el enunciado de un problema geométrico propuesto...” (p 198), además agrega que también ocurre cuando el alumno toma un mal dato o lo ignora cuándo formula la posible solución o demostración del problema propuesto. Fuenmayor (2006) no lo consideró dentro de su tipología, ya que en los contenidos del Álgebra Lineal solo aparece la representación vectorial como parte gráfica y no es representativa.

### **Errores debido al azar (EAZ)**

Errores referidos a la mala suerte y descuido, otra de las categorías donde coinciden es a aquellos casos donde los errores ocurren debido a situaciones de descuido, nervios o como menciona Colina (2006), debido a casos fortuitos, dado que se observa un procedimiento adecuado y de pronto se omite un valor, sin explicación alguna, o transcribe mal un valor o un dato y luego se continúa desarrollando un procedimiento igualmente correcto a partir de allí.

Asimismo, Fuenmayor (2006), refiere este tipo de casos como errores debidos a datos mal copiados y/o mal utilizados, y los identifica cuando los estudiantes transcriben mal los datos, procesan erróneamente información de manera inexplicable, añaden datos extraños, se olvida algún dato necesario

para la solución de un problema, se contesta algo que no es necesario, se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado, utilizan los valores numéricos de una variable para otra distinta, se hace una lectura incorrecta del enunciado y otros casos parecidos.

Al respecto, Franchi y Hernández (2004b), coinciden en afirmar que se transcribe mal un dato una cantidad, sustituye mal un signo o una cantidad, mientras que Fuenmayor (2006), lo define e incluye dentro de sus errores por falta de atención. Sin embargo, a veces no es un descuido en sí, en ocasiones los nervios o la prisa hace que se cambie el orden de una cifra, se cambie un par de números, se sustituya mal, o despeje mal una variable dentro de una fórmula.

### **Propuesta de tipología para errores en la matemática universitaria**

Respecto a la intención de la investigación que es la de establecer o plantear una tipología general para los errores que cometen los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia y en función de los identificadores de cada una de estas que finalmente se consideran como variables, se propone la siguiente tipología para los errores en matemática, donde se clasificaron en 8 categorías que se muestran en el cuadro 2.

## Cuadro 2. Categorías para errores en la matemática universitaria

Categorías	Siglas
1. Errores debido a los conocimientos previos	ECP
2. Errores debido al lenguaje matemático	ELM
3. Errores debido al razonamiento	ER
4. Errores debido al procedimiento	EP
5. Errores debido a la tecnología	ETC
6. Errores debido a la transferencia	ETR
7. Errores de representaciones gráficos	ERG
8. Errores debido al azar	EAZ

Fuente: Elaboración propia (2020)

Estas categorías se ven representadas en los indicadores expuestos para cada una y que permiten ubicar los errores matemáticos cometidos por los estudiantes dentro de alguna de estas, en aquellos casos donde exista la

duda acerca de la ubicación o dualidad respecto al tipo de error se debe realizar una entrevista al alumno para reconocer el concepto que el maneja, conocer el origen y lograr la categoría correcta en ese caso en el cuadro 3.

## Cuadro 3. Tipología para errores y sus indicadores

Categorías	Indicadores
Errores debido a los conocimientos previos (ECP)	CP1: Ejecuta mal operaciones aritméticas.
	CP2: Reduce mal términos semejantes.
	CP3: Realiza factorizaciones defectuosas o no las realiza.
	CP4: Aplica mal propiedades de las potencias.
	CP5: Aplica mal propiedades de las raíces.
	CP6: Aplica mal propiedades de los logaritmos.
	CP7: Aplica mal propiedades de las funciones trigonométricas.
	CP8: Aplica mal identidades trigonométricas.
	CP9: Propone valores incorrectos para evaluar las funciones trigonométricas en los ángulos notables.
	CP10: Cancela factores distintos en una fracción.
	CP11: Desarrolla de manera inadecuada los productos notables.
	CP12: Realiza defectuosamente la completación de cuadrados
	CP13: Desconoce los valores de las funciones para los ángulos notables.

	<p>CP14: Aplica mal el método de Ruffini.          CP15: Despeje defectuoso de variables.          CP16: Cálculo inadecuado de las raíces de un polinomio.          CP17: Evalúa funciones de manera defectuosa.          CP18: Expresa números irracionales como si fueran racionales.          CP19: Uso inadecuado de la definición de valor absoluto.          CP20: Desconocen o aplican mal las propiedades de las raíces.          CP21: No aplican correctamente los las propiedades de los números reales.          CP22: Expresan inadecuadamente una ecuación lineal cuadrática, valor absoluto u otra ya estudiada.          CP23: Escriben ecuaciones con ausencia del signo de igualdad.          CP24: No aplican propiedades a los números reales.          CP25: Cualquier otro error debido a algún conocimiento previo verificado durante la etapa previa de estudio.</p>
<p>Errores debido al lenguaje matemático. (ELM)</p>	<p>LM1: Utiliza inadecuadamente las notaciones o símbolos matemáticos y/o del Cálculo I.          LM2: Da respuestas diferentes a las pedidas.          LM3: Desconocimiento del lenguaje y símbolos propios matemáticos (propios de cada asignatura). Utiliza inadecuadamente las notaciones matemáticas.          LM4: Mal uso del lenguaje matemático al escribir o mala interpretación al decodificar los signos del lenguaje matemático. Plantea una proposición o ecuación en discordancia con el enunciado del problema.          LM5: Da una respuesta distinta o adicional a la que se le pide.          LM6: Utiliza inadecuadamente notaciones de las figuras y elementos geométricos.          LM7: Demuestra o intenta demostrar una proposición geométrica que no se le pide.          LM8: Da una respuesta adicional o diferente a la que se le pide en un problema.          LM9: Utiliza inadecuadamente la terminología geométrica o describe defectuosamente la construcción de las figuras geométricas</p>
<p>Errores debido al razonamiento (ER)</p>	<p>R1: Usa inadecuadamente una definición o propiedad de un objeto matemático propio del Cálculo.          R2: Usa un teorema o propiedad en un contexto que no le corresponde.          R3: Añade hipótesis que no están dadas en la solución o en la demostración de un problema (geométrico).          R4: Intenta demostrar o resolver un problema geométrico sin usar algún dato dado.</p>

	<p>R5: Usa un axioma, teorema o corolario sin que se tengan las hipótesis requeridas para su explicación o lo usa en un contexto que no le corresponde.</p> <p>R6: Interpreta y usa inadecuadamente una definición durante el procedimiento de resolución de un problema.</p> <p>R7: Usa el recíproco de una implicación como verdadera cuando construye y usa una implicación que no es verdadera.</p>
<p>Errores debido al procedimiento (EP)</p>	<p>P1: El alumno reconoce un método o procedimiento correcto para aplicar, pero lo emplea de manera defectuosa.</p> <p>P2: El alumno reconoce un procedimiento o técnica adecuado, pero no llega a la solución.</p> <p>P3: El alumno reconoce definiciones o propiedades, pero no las justifica o verifica a través de alguna condición.</p> <p>P4: El alumno elige un método que no corresponde al caso.</p> <p>P5: Cuando el estudiante utiliza un algoritmo correcto en la solución de un problema (geométrico) pero lo aplica de manera defectuosa.</p> <p>P6: Cuando enuncia proposiciones ciertas sin justificación o mal justificadas.</p> <p>P7: Cuando utiliza un algoritmo o procedimiento adecuado para la solución o demostración de un problema (geométrico) pero no llega a la solución.</p>
<p>Errores debido a la tecnología. (ETC)</p>	<p>TC1: El estudiante selecciona un algoritmo inadecuado para resolver un problema Geométrico</p> <p>TC2: Cuando usa una estrategia inadecuada para realizar una demostración geométrica.</p>
<p>Errores debido a la transferencia (ETR)</p>	<p>TR1: El estudiante transforma defectuosamente una situación problemática real en un problema geométrico.</p> <p>TR2: Cuando aplica defectuosamente conocimientos propios de otras asignaturas o disciplinas en un problema geométrico planteado.</p>
<p>Errores gráficos (EG)</p>	<p>G1: No rotula los ejes o los rotula mal.</p> <p>G2: No identifica los ejes.</p> <p>G3: No identifica la función que está representando.</p> <p>G4: No indica los puntos característicos de la función y/o los puntos que sirven de apoyo para realizar el trazado de la curva de la función o información relevante de la misma.</p> <p>G5: Representa una figura o dibuja una curva de una función que no corresponde con el enunciado o la función dada.</p> <p>G6: Representa defectuosamente la curva de la función dada.</p> <p>G7: No dibuja una figura geométrica a propósito de un problema geométrico propuesto.</p> <p>G8: Cuando toma mal un dato de una figura geométrica o lo ignora en la solución o demostración de un problema planteado.</p>

Errores debido al azar (EAZ)	AZ1: Transcribe mal una cantidad o símbolo. AZ2: Sustituye mal un dato en una ecuación o expresión dada. AZ3: Manipula inadecuadamente los signos algebraicos. AZ4: Ejecuta mal operaciones aritméticas.
------------------------------	---

Fuente: Elaboración propia (2020)

## Consideraciones finales

Una vez terminado el análisis de la recurrencia de los errores matemáticos que cometen los estudiantes de los primeros semestres de la facultad de Ingeniería de la Universidad del Zulia, se propuso una tipología general constituida por 8 categorías: errores debido a los conocimientos previos (ECP), al lenguaje matemático (ELM), al razonamiento (ER), al procedimiento (EP), gráficos (EG), a la transferencia (ETR), a la tecnología (ETC), Errores debido al azar (EAZ). Además, se establecieron un total de 64 indicadores distribuidos en todas las categorías.

Esta categorización muestra el resultado de la investigación, luego de realizar un estudio comparativo de tipologías previas, concluidas y analizadas para una población de estudiantes ubicada en los primeros semestres del de la Facultad de Ingeniería, en tres asignaturas básicas, Geometría, Álgebra Lineal y Cálculo I, con diversos contenidos matemáticos, dentro del bloque de asignaturas consideradas del Ciclo Básico General que sirven de soporte a todos los pensum de esa Facultad.

Estas clasificaciones conjugan todos los aspectos matemáticos para lograr definir una tipología general de errores, observándose desde el uso

del lenguaje, con sus signos e interpretación simbólica, que involucra la traducción e interpretación del lenguaje matemático al lenguajes cotidiano y viceversa, con lo cual se logra la aplicación a fenómenos y problemas físicos de la vida real y de la práctica de la ingeniería, la aplicación de procesos lógicos, la parte abstracta de sus definiciones, el uso de gráficos y representaciones, las interpretaciones según los conceptos manejados por los aprendices, aquellos casos particulares aplicados a la geometría y hasta los errores cometidos por descuido o de una manera fortuita.

En tal sentido, se identificaron ocho (08) categorías diferentes con un total de sesenta y cuatro (64) indicadores, donde en algunos casos es posible que exista una duda acerca de la ubicación en una sola categoría del error cometido, para lo cual se debe recurrir a la entrevista directa con los estudiantes, para esos casos.

## Referencias bibliográficas

Batanero, Carmen; Godino, Juan; Green, David, Holmes, Peter y Valecillos, Angustias. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. **International Journal of**

- Mathematics Education in Science and Technology.** Vol. 25, N° 4, pp. 527-547. Disponible en: [www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOLOS/erroresestadis.doc](http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOLOS/erroresestadis.doc). Recuperado el 12 de febrero de 2020.
- Brousseau, Guy. (2001). **Theory of didactical situations in mathematics.** Editado y traducido por Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R. y Warfield, V. Mathematics Education Library. Kluwer Academic Publishers. Gran Bretaña. Disponible en: <https://books.google.co.ve/books?hl=es&lr=&id=1VK1BwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR13&dq=Brousseau,+Guy+Theory+of+didactical+situations+in+mathematics&ots=2zKsNLbk7o&sig=t5hba9Hiru1JJIG8kJrbOarYRw#v=onepage&q=Brousseau%20Guy%20Theory%20of%20didactical%20situations%20in%20mathematics&f=false>. Recuperado el 20 de mayo de 2020.
- Colina, Pedro. (2006). **Errores propios del aprendizaje de los alumnos cursantes de la asignatura Cálculo I** (Trabajo de maestría). Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela.
- Colina, Pedro. (2016). Errores propios del aprendizaje de los estudiantes cursantes de la unidad curricular Cálculo I. Ponencia. **Memorias arbitradas V Jornada de Pregrado.** 01 al 03 de noviembre 2016, Universidad del Zulia, Vicerrectorado Académico. Consejo Central de Pregrado. Maracaibo, Venezuela, pp. 341-352.
- Colina, Pedro. (2017). **Enfoque onto-semiótico de la noción de límite en funciones de una variable** (Tesis doctoral). Universidad Privada Dr. Rafael Belloso Chacín. Maracaibo, Venezuela.
- Davis, Robert. (1984). **Learning Mathematics. The Cognoscitive Science Approach to Mathematics Education.** Australia: Croom Heim. Disponible en: [https://books.google.co.ve/books?id=CbJ\\_uxtS6rAC&printsec=frontcover&dq=Learning+Mathematics.+The+Cognoscitive+Science+Approach+to+Mathematics+Education&hl=es&sa=X&ved=2ahUKewiY0oTF0a7wAhWPUt8KHTS-CwYQ6AEwAHoECAEQAg#v=onepage&q=Learning%20Mathematics.%20The%20Cognoscitive%20Science%20Approach%20to%20Mathematics%20Education&f=false](https://books.google.co.ve/books?id=CbJ_uxtS6rAC&printsec=frontcover&dq=Learning+Mathematics.+The+Cognoscitive+Science+Approach+to+Mathematics+Education&hl=es&sa=X&ved=2ahUKewiY0oTF0a7wAhWPUt8KHTS-CwYQ6AEwAHoECAEQAg#v=onepage&q=Learning%20Mathematics.%20The%20Cognoscitive%20Science%20Approach%20to%20Mathematics%20Education&f=false), Recuperado el 20 de mayo de 2020.
- De la Torre, Saturnino. (1999) **Aprender de los errores. Tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación.** Editorial Escuela Española. Barcelona, España.
- Distefano, María; Pochulu, Marcel y Font, Vicenç. (2015). Análisis de la complejidad cognitiva en la lectura y escritura de expresiones simbólicas matemáticas. **Revista REDIMAT.** Vol. 4, N° 3, pp. 202-

233. Disponible en: <https://www.hipatiapress.com/hpjournals/index.php/redimat/article/view/1568>. Recuperado el 11 de junio de 2020.
- Engler, Adriana; Gregorini, María; Muller, Daniela; Vrancker, Silvia y Hecklein, Marcela. (2014). **Los errores en el aprendizaje de la matemática**. Argentina. Disponible en: <http://www.soarem.com.ar/Documentos/23%20Engler.pdf>. Recuperado el 15 de mayo de 2020.
- Franchi, Lisseth. (2002). **El status del error en el aprendizaje de la geometría del nivel superior** (Trabajo de maestría). Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela.
- Franchi, Lisseth y Hernández, Ana. (2004a). Tipología de errores en el área de la geometría plana. **Revista Educere**. Vol. 8, Nº 24, pp. 63-71. Disponible en: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/handle/123456789/19840/articulo10.pdf;jsessionid=B5765B42CC2D475FC469D5E6F3A46E76?sequence=1>. Recuperado el 13 de mayo de 2020.
- Franchi, Lisseth y Hernández, Ana. (2004b). Tipología de errores en el área de la geometría plana. Parte II. **Revista Educere**. Vol. 8, Nº 25, pp. 196-204. Disponible en: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/handle/123456789/19865/articulo8.pdf;jsessionid=3446F6E931CA351C04D472F63FA24901?sequence=2>. Recuperado el 23 de mayo de 2020.
- Franchi, Lisseth; Bohórquez, Héctor; Hernández, Ana y Medina, Niorka. (2011). Actitud del estudiante de ingeniería hacia sus errores en el aprendizaje de la matemática. **Revista TELOS**. Vol. 13, Nº 3, pp. 371-396. Disponible en: <http://ojs.urbe.edu/index.php/telos/article/view/2419/2232>. Recuperado el 27 de marzo de 2020.
- Fuenmayor, Anicia. (2006). **El error en el aprendizaje del álgebra lineal en educación superior** (Trabajo de maestría). Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela.
- Gamboa, Ronny; Castillo, Mario e Hidalgo, Randall. (2019). Errores matemáticos de estudiantes que ingresan a la universidad. **Revista Actualidades Investigativas en Educación**. Vol. 19, Nº 1, pp. 1-31. Disponible en: <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/aie/article/view/35278/35937>. Recuperado el 15 de junio de 2020.
- Godino, Juan. (2003). **Teoría de las Funciones Semióticas**. Trabajo de Investigación. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino/>. Recuperado el 10 de mayo de 2020.
- Hernández, Roberto y Mendoza, Christian. (2018). **Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta**. Segunda edición, Editorial McGraw

- Hill Interamericana Editores, S.A. de C.V., México.
- Movshovitz-Hadar, Nitza; Zaslavsky, Orit e Inbar, Shlomo (1987). An empirical classification model for errors in High School Mathematics. **Journal for Research in Mathematics Education**. Vol. 18, pp. 3-14. Disponible en: <https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/18/1/article-p3.xml>. Recuperado el 10 de febrero de 2020.
- Radatz, Hendrik. (1980). Students' errors in the mathematics learning process: a survey. **For the Learning of Mathematics. An international journal of mathematics education**. Vol. 1, N°1, pp. 16-20. Disponible en: [https://flm-journal.org/Articles/flm\\_1-1\\_Radatz.pdf](https://flm-journal.org/Articles/flm_1-1_Radatz.pdf). Recuperado el 12 de marzo de 2020.
- Radatz, Hendrik. (1979). Errors analysis in the mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**. Vol. 9, pp. 163-172. Disponible en: <https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/10/3/article-p163.xml>, Recuperado el 1 de enero de 2020.
- Romero, Yaritza. (2015). **Modelo didáctico bajo la modalidad b-learning, en la promoción del aprendizaje significativo en las aplicaciones de la derivada** (Tesis doctoral). Universidad Rafael Bellosillo Chacín (URBE), Maracaibo, Venezuela. Disponible en: <http://virtual.urbe.edu/tesispub/0100334/cap02.pdf>. Recuperado el 11 de mayo de 2020.
- Socas, Martin. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En: Rico, Luis (coord.). **La Educación matemática en la enseñanza secundaria**. Editores-Horsori. Cap. V, pp. 125-154. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2095380>. Recuperado el 05 de febrero de 2020.
- Socas, Martin. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. En: Camacho, Matías; Flores, Pablo; Bolea, María (Editores). **Investigación en educación matemática**. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. pp. 19-52. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/1247/>. Recuperado el 11 de mayo de 2020.



UNIVERSIDAD  
DEL ZULIA

---

Revista Especializada en Educación

**E**ncuentro  
**E**ducacional

Vol. 27, N° 2 Julio - Diciembre 2020

Esta revista fue editada en formato digital y publicada en Diciembre de 2020, por el **Fondo Editorial Serbiluz**, **Universidad del Zulia**. Maracaibo-Venezuela

[www.luz.edu.ve](http://www.luz.edu.ve)

[www.serbi.luz.edu.ve](http://www.serbi.luz.edu.ve)

[www.produccioncientificaluz.org](http://www.produccioncientificaluz.org)