Divulgaciones Matemáticas Vol. 22, No. 2 (2021), pp. 76–77
https://produccioncientificaluz.org/index.php/divulgaciones/
DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.7487668

e-ISSN 2731-2437
p-ISSN 1315-2068

Problemas y Soluciones

Problems and Solutions

Editor: Tobías Rosas Soto (tjrosas@gmail.com)
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8085-5011
Departamento de Matemática, Facultad Experimental de Ciencias,
Universidad del Zulia, Maracaibo,
República Bolivariana de Venezuela.

Los problemas apropiados para esta sección son aquellos que puedan ser abordados por un estudiante de matemática no graduado sin conocimientos especializados. Problemas abiertos conocidos no son aceptables. Se prefieren problemas originales e interesantes. Las soluciones y los problemas propuestos deben dirigirse al editor por correo electrónico, en español o inglés, a la dirección arriba indicada (preferiblemente como un archivo fuente en LaTeX). Las propuestas deben acompañarse de la solución, o al menos de información suficiente que haga razonable pensar que una solución puede ser hallada.

Appropriate problems for this section are those which may be tackled by undergraduate math students without specialized knowledge. Known open problems are not suitable. Original and interesting problems are preferred. Problem proposals and solutions should be e-mailed to the editor, in Spanish or English, to the address given above (preferably as a LaTeX source file). Proposals should be accompanied by a solution or, at least, enough information on why a solution is likely.

1 Problemas propuestos

Los dos problemas propuestos a continuación se plantearon en la XXXV Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2021 celebrada virtualmente.

151. Determina todos los conjuntos no vacíos $C_1, C_2, C_3, \dots,$ tales que cada uno de ellos tiene un número finito de elementos y todos sus elementos son enteros positivos, con la siguiente propiedad: Para cualesquiera enteros positivos m y n, la cantidad de enteros positivos en el conjunto C_m más la cantidad de enteros positivos en C_n es igual a la suma de los elementos en el conjunto C_{m+n}.

    Nota: Al denotar con $|C_k|$ la cantidad de elementos de C_k y con S_k la suma de los elementos de C_k, la condición del problema es que para m, n enteros positivos se cumple
    $$|C_n| + |C_m| = S_{m+n}$$

152. Sea $\triangle ABC$ un triángulo acutángulo escaleno con $\angle BAC = 60°$ y ortocentro H. Sea ω_b la circunferencia que pasa por H y es tangente a $\overline{AB}$ en B, y ω_c la circunferencia que pasa por H y es tangente a $\overline{AC}$ en C.

    - Pruebe que ω_b y ω_c solamente tienen a H como punto común.
    - Prueba que la recta que pasa por H y el ortocentro O de $\triangle ABC$ es tangente común a ω_b y ω_c.

2 Soluciones

Recordamos que no se han recibido soluciones a los problemas 24–25, 28, 44, 54, 79, 84–91, 94–100, 108–113, 116, 118–123, 126, 128–129, 133–143 y 145–150. Invitamos a los lectores a enviarnos sus soluciones para esos problemas.