

Nuevo modelo de dispersión para una microcinta abierta utilizando el modo de propagación LSE

Augusto Galo Durango

*Departamento de Física, Facultad Experimental de Ciencias, La Universidad del Zulia,
Maracaibo 4003-A, Venezuela.*

Recibido: 26-02-04 Aceptado: 29-09-04

Resumen

Se presenta en este trabajo el comportamiento dispersivo de una microcinta típica o "microstrip-line". Este dispositivo está conformado, básicamente, de dos planos conductores paralelos y de dos dieléctricos. El plano superior es de dimensiones transversas finitas y polarizado con respecto al plano inferior, considerado de dimensiones infinitas respecto al primero. En medio de los dos planos existe un material dieléctrico y por encima del plano superior otro de constante dieléctrica diferente al anterior, normalmente el vacío. Los dos planos considerados aquí poseen profundidad infinita relativa a las dimensiones transversas y conductividad infinita. En el campo de la Teoría de Variable Compleja es posible estudiar el modo de propagación LSE, o modo sin componente normal del campo Eléctrico a la interfaz de los dos dieléctricos del dispositivo. Las transformaciones que surgen entre los dos planos antes mencionados permiten encontrar los parámetros del dispositivo en el plano de transformación. Así mismo es posible encontrar la constante de fase como una función de la frecuencia, o lo que es lo mismo, el comportamiento dispersivo del dispositivo, los campos Eléctrico y Magnético, y las ecuaciones para el modo LSE. El comportamiento dispersivo también puede ser mostrado en la constante dieléctrica efectiva (relativa) como una función de la frecuencia angular y de la relación de perfil, ancho/altura, del dispositivo, la cual se halla con la previa solución de la constante de fase. Tal información se muestra en forma clara en gráficos, en los cuales se realizan comparaciones con los resultados presentados por otros autores.

Palabra clave: Microcinta abierta; modelo dispersión.

A new dispersion model for an open microstrip-line using the LSE propagation mode

Abstract

The dispersion behavior of a Microstrip-line is shown in this research. Two parallel conductive planes and two dielectrics basically constitute this device. The upper plane has finite transverse dimensions and is polarized with respect to the lower plane, which is considered having infinite dimensions in relation to the former. There is a dielectric material between the two planes and above the upper one another material with dielectric constant different from the previous one, usually the free space. The two planes considered here have infinite depth in relation to the transverse dimensions and infinite conductivity. In the field of the Complex Variable Theory it is

* Autor para la correspondencia. Teléfonos: 0414-6315958, 0261-7595737; E-mail: galoa@intercable.net.ve.

possible to study the LSE propagation mode or mode without Electric Field component normal to the interface of the two dielectrics on the device. The transformation that arises between the physical, above mentioned, and a transformed plane allows finding the device parameters. Likewise, it is possible to find the phase constant as a function of the frequency, in other words, the dispersion behavior of the device, the Electric and Magnetic fields and the equations for the LSE mode. The dispersion behavior also is shown in the effective (and relative) dielectric constant as a function of the angular frequency and the profile relation, width/height, of the device, which is found by solving the constant of phase. Such information is clearly shown in the graphics, in which comparisons with the results offered by other authors have been made.

Key words: Dispersion model; open microstrip.

Introducción

Algunos modelos analizan el comportamiento de campo EM (Electromagnético) estático de una microcinta (Figura-1) con uno y dos dieléctricos para encontrar la capacitancia característica de este dispositivo utilizando ecuaciones semi-empíricas de fácil empleo (1-3) y ecuaciones exactas (4, 5). Las aproximaciones introducidas en (1-3) no permiten un conocimiento "exacto" del campo EM ni del transporte de energía en la microcinta. Otros modelos de mayor aceptación muestran el comportamiento dispersivo de la microcinta abierta y el análisis de los modos híbridos que en ella se propagan (6-16) utilizando modelos computacionales. En estos, Denlinger (11) plantea el problema de condiciones de frontera asociado con la microcinta abierta en términos de una representación de modos, empleando el bien conocido método de Galerkin en el dominio espectral. Este autor supone dos componentes de corrientes bases para el cálculo de las amplitudes de las distribuciones de corrientes en el dispositivo, pero las soluciones son altamente dependientes de las funciones bases que fueron supuestas. Itoh y Mitra (12) realizan una mejora en el modelo antes propuesto y evitan tales dificultades. Yuehe y Esselle (14), utilizan funciones de Green para dar solución al problema de encontrar los coeficientes que se utilizan en la matriz en el muy conocido "método de momentos" o Modelo de Galerkin y así evitando las integrales de Sommerfeld que son nece-

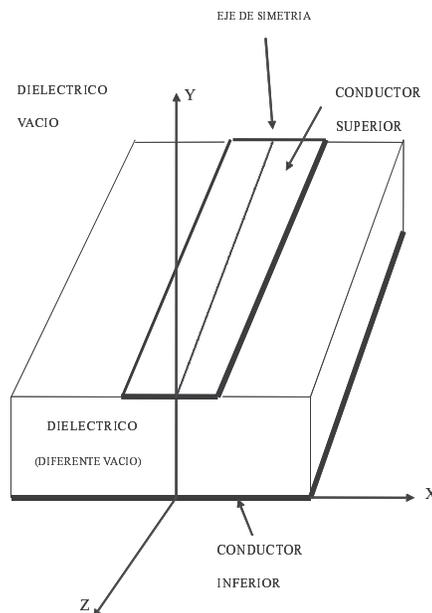


Figura 1. Corte transversal de una microcinta "típica" o "abierta" con dos conductores y dos dieléctricos.

sarias allí. En la misma forma, el autor ha explorado, desde hace una década, las ecuaciones Tensoriales de Green (5) para dar solución al problema estático. Es necesario anotar que en aquel entonces no fue posible ver la posibilidad de enlazar dicho modelo con el modelo Galerkin para así poder dar solución al problema de "onda completa" o problema "dispersivo" en la microcinta mediante la conjunción de estos dos modelos. Mas sin embargo tal conjunción de modelos no llevan a dar una solución del tipo analíti-

ca. Yong, Ke-Li y Cheng (15) enfocan el problema utilizando el método de diferencias finitas en el dominio de la frecuencia utilizando solo dos componentes transversales para cada campo. Tsalamengas y Fikioris (16), utilizan de nuevo el “método de momentos” pero sin la necesidad de la integración numérica en la ecuación integral que resulta al aplicar dicho método, en esencia obtienen las mismas ventajas logradas con el modelo de las funciones de Green en Yuehe y Esselle (14). Los aportes de estos últimos autores (14-16) y muchos otros que no se mencionan aquí, algunos de la década de los noventa son, básicamente, mejoras en el cálculo numérico del método de momentos.

Por otro lado, las transformaciones conformes, en la teoría de Variable Compleja, han servido para hallar la solución de diferentes tipos de microcintas con uno y dos dieléctricos, para el caso estático. Para el caso de onda completa, en este y otro trabajo (17) se plantea la solución mediante el empleo de “funciones propias” del tipo “analíticas” en el plano de transformación P, Figura 2, lo cual simplifica el cálculo numérico en la búsqueda de los modos de propagación y de las constantes dispersivas. Las **Transformaciones Conformes Exactas**, han permitido conocer en forma analítica la impedancia y la capacitancia características (Z_c y C_c) del dispositivo, el campo EM (Electromagnético) y el modo de propagación TEM (Transverso Electromagnético, el único que se propaga) para el caso de un solo dieléctrico, todo ello en el plano de transformación P, Figura 2.

En este plano de transformación P es posible plantear una función potencial o función generatriz para las dos regiones dieléctricas, así mismo es posible encontrar la **constante de fase** como una función de la frecuencia y la **constante dieléctrica relativa efectiva** (también función de la frecuencia). Con lo anterior se determina el campo EM y con ello el modo estará totalmente definido.

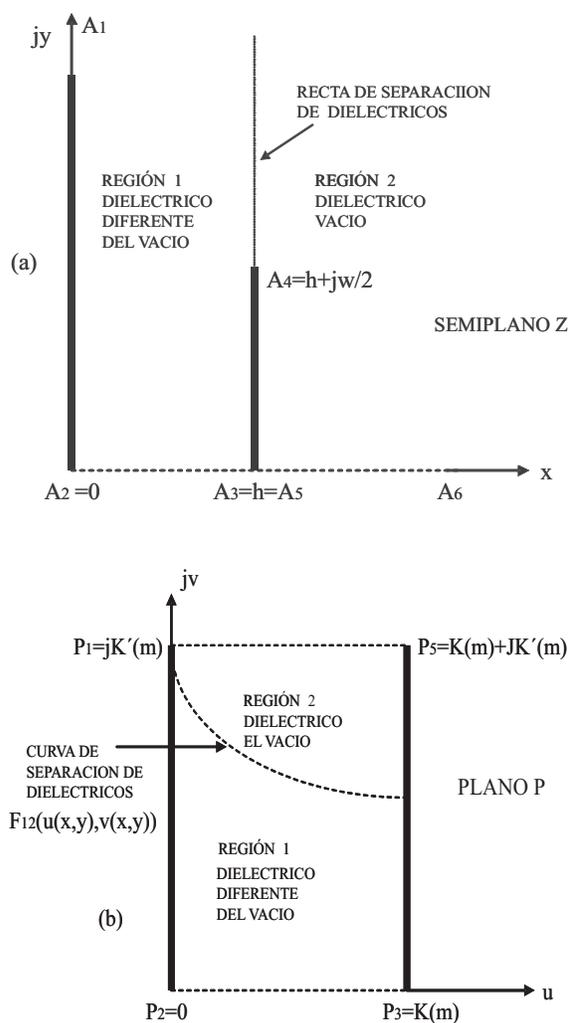


Figura 2. Transformación conforme entre: (a) el semiplano físico (z) de una microcinta y (b) el plano p de un condensador equivalente de placas paralelas.

Metodología y procedimiento

Es bien conocido de la literatura pertinente (1-16) que los modos de propagación para una microcinta abierta (Figura-1) con dos dieléctricos son del tipo “híbridos”, lo cual significa que no se propaga un solo modo como en el caso de una guía metálica clásica sin pérdidas. En ésta, mediante el

control de las dimensiones de la guía y para el caso sin pérdidas, es posible transmitir bien el modo TE (Transverso Eléctrico) o el modo TM (Transverso Magnético). En la microcinta abierta se transmiten modos TE-TM o modos TM-TE ya que debido a la existencia de una interfaz dieléctrica en el dispositivo ya no es posible que se transmitan los modos puros TE o TM, aún para el caso sin pérdidas en los conductores.

Una forma de estudiar en el pasado la microcinta abierta, para bajas frecuencias, ha sido el de efectuar una equivalencia aproximada de ésta con la guía de onda clásica. Otra forma es el estudio de los modos híbridos y del comportamiento dispersivo de la microcinta conocido como “modelos de onda completa” (6-16). Estos, en general, presentan dos ecuaciones integrales acopladas en el dominio espectral las cuales se resuelven al final para las incógnitas por el método de momentos (método de Galerkin). Tal tipo de solución involucra alto tiempo computacional y pérdida de información analítica.

Ventajas de este modelo con respecto al modelo Galerkin

- Se tiene en cuenta el “efecto pestaña” del campo EM desde el comienzo, lo cual simplifica el cálculo computacional.
- Se obtiene una solución del tipo analítica.
- Se efectúa el cálculo de los modos, campos y de las energías en términos de “funciones propias” o funciones potenciales en el plano de transformación P.

Una vez que hayan sido planteadas las ecuaciones generatrices o potenciales es posible encontrar:

- Los campos EM.
- Los modos híbridos de propagación.
- La constante de fase, $\Gamma = \alpha + j\beta$, su dependencia con la frecuencia de transmisión, $\omega = 2\pi f$, y con la constante dieléctrica relativa ϵ_r .

- La dependencia de la misma constante dieléctrica relativa con la frecuencia (o comportamiento dispersivo) y conocida comúnmente como la “constante dieléctrica (relativa) efectiva ϵ_{ff} ”.

Modelo Matemático

En el modelo del modo LSE utilizamos la notación equivalente de onda o “modo Hy”, o modo con componente normal del campo Magnético a la interfaz dieléctrica (o **modo derivado del Potencial Hertziano Eléctrico**). Utilizando la Figura-2 podemos escribir para dicha función potencial:

$$\bar{\Pi}_h = \bar{u}_y \Phi_h(x, y) e^{-\Gamma z} \quad [1]$$

en donde

$$\Gamma = \alpha + j\beta \quad [2]$$

es la constante de fase. El parámetro de interés en el presente trabajo corresponde a la parte imaginaria de Γ .

La parte real de Γ corresponde a la atenuación en dieléctricos y conductores. En un principio suponemos un sistema sin pérdidas por fuerzas de amortiguamiento y un sistema sin acoplos de modos a través de las densidades de corrientes de superficie en los conductores, esto es,

$$\alpha = \alpha_d + \alpha_c = 0 \quad [3]$$

Los campos magnético y eléctrico pueden escribirse en términos del potencial Hertziano como:

$$\vec{E} = -j\omega\mu_o \nabla X \bar{\Pi}_h; \quad \epsilon_1(\nu) = \epsilon_o \epsilon_r(\nu) \quad [4]$$

$$\vec{H} = \nabla X \nabla X \bar{\Pi}_h = \epsilon_r(y) k_o^2 \bar{\Pi}_h + \nabla \nabla \cdot \bar{\Pi}_h \quad [5]$$

y la ecuación de onda para la función potencial escalar es de la forma:

$$\nabla^2 \Phi_h(u, \nu) + k_c^2 \Phi_h(u, \nu) = 0 \quad [6]$$

con

$$k_c^2 = k^2 + \Gamma^2 ; k^2 = \omega^2 \mu_o \in(v) \left(1 - \frac{j\sigma}{\omega \in(v)} \right) \quad [7]$$

en donde, $u(x,y)$ y $v(x,y)$, esto es, las variables u,v en el Plano P, Figura 2, son funciones de las variables originarias x,y en el Plano Z o plano físico de la microcinta, Figura 1, (5-6).

Para el caso de ondas no atenuadas viajando en la dirección positiva de z , tenemos,

$$\sigma = \infty ; \in(y) = \in_r(y) - j \in_l(y) = \in_r(y) \quad [8]$$

Esto es, no existen pérdidas en los conductores y pérdidas por amortiguamiento, como ya se ha mencionado.

Definimos los números de ondas característicos para las regiones 1 y 2 de la Figura 2, respectivamente, como k_{c1} y k_{c2} .

Teniendo en cuenta lo anterior, el tipo de soluciones para la función potencial escalar en ambas regiones son del tipo de funciones armónicas, esto es, $\cos(k_u u)$ y $\cos(\alpha_{1,2} v)$. Las soluciones a la ecuación [6] deberán, por supuesto, cumplir la ecuación para el caso estático o ecuación de Laplace.

Según (5, 6), tenemos que

$$\in_r(v) = \begin{cases} \in_r(v); & 0 \leq v(x,y) \leq F(u(x,y), v(x,y)) \\ 1; & F(u(x,y), v(x,y)) \leq v(x,y) \leq K' \end{cases} \quad [9]$$

entonces podemos escribir las funciones generatrices o funciones potenciales escalares como

$$\Phi_n(u, v) = \begin{cases} A \cos\left(\frac{n\pi}{K}\right) u \cdot \cos(\alpha_1 v) e^{-j\beta z} ; & 0 \leq v(x,y) \leq F(u,v) \\ B \cos\left(\frac{n\pi}{K}\right) u \cdot \cos(\alpha_2 v) e^{-j\beta z} ; & F(u,v) \leq v \leq K' \end{cases} \quad [10]$$

con

$$\begin{aligned} v' &= K' - v; T_1(u(x,y), v(x,y)) \\ &= F_{12}(u(x,y), v(x,y)); T_2 = K' - T_1(u, v) \end{aligned} \quad [11]$$

$$\beta^2 = \in_r k_o^2 - \left[\alpha_1^2 + \left(\frac{n\pi}{K} \right)^2 \right] = k_o^2 - \left[\alpha_2^2 + \left(\frac{n\pi}{K} \right)^2 \right] \quad [12]$$

$$\beta^2 = \in_r k_o^2 - k_{c1}^2 = k_o^2 - k_{c2}^2 \quad [13]$$

en donde, en las ecuaciones [9] a [13], hemos asumido que (4-6)

K y K' = Son las Integrales Elípticas Completas de la Primera Clase.

$F_{12}(u, v)$ = Es la Integral Elíptica Incompleta de la Primera Clase, la cual es función de las variables (x,y) del plano originario Z y además define la curva de separación entre dieléctricos, de las regiones 1 y 2, en el plano transformado P .

$T1(u,v)$ y $T2(u,v)$ = corresponden a las anchuras de las regiones con los dos tipos de dieléctricos en las regiones 1 y 2.

Teniendo en cuenta las ecuaciones [4] y [10] en la región 1, con $u(x,y)$ y $v(x,y)$,

$$\begin{aligned} \frac{\vec{E}_1}{-j\omega\mu_o} &= \left[\hat{u} A(j\beta) \cos(k_u u) \cos(\alpha_1 v) + \hat{v}(0) \right. \\ &\quad \left. - \hat{z} A k_u \text{sen}(k_u u) \cos(\alpha_1 v) \right] e^{-j\beta z} \end{aligned} \quad [14]$$

Así mismo, el campo Magnético, se puede encontrar de la ecuación [5] como:

$$\begin{aligned} \vec{H}_1 &= \nabla X \nabla X \vec{\Pi}_h e^{-j\beta z} = \left[\hat{u} \left[A k_u \alpha_1 \text{sen}(k_u u) \text{sen}(\alpha_1 v) \right] \right. \\ &\quad \left. + \hat{v} \left[A(\beta^2 + k_u^2) \cos(k_u u) \cos \alpha_1 v \right] \right. \\ &\quad \left. + \hat{z} \left[j\beta A \alpha_1 \cos(k_u u) \text{sen}(\alpha_1 v) \right] \right] e^{-j\beta z} \end{aligned} \quad [15]$$

Igualmente, para la región (2), encontramos para los campos Magnético y Eléctrico

$$\frac{\vec{E}_2}{-j\omega\mu_o} = \left[\hat{u} \left[B(j\beta) \cos(k_u u) \cos(\alpha_2 v') \right] + \hat{v} [0] - \hat{z} \left[Bk_x \text{sen}(k_u u) \cos(\alpha_2 v') \right] \right] e^{-j\beta z} \quad [16]$$

$$\vec{H}_2 = \left[\hat{u} \left[Bk_u \alpha_2 \text{sen}(k_u u) \text{sen}(\alpha_2 v') \right] + \hat{v} \left[B(\beta^2 + k_u^2) \cos(k_u u) \cos(\alpha_2 v') \right] + \hat{z} \left[B\alpha_2 (j\beta) \cos(k_u u) \text{sen}(\alpha_2 v') \right] \right] e^{-j\beta z} \quad [17]$$

Finalmente, las condiciones de continuidad de las componentes tangenciales del campo EM en la interfaz de los dos dieléctricos permiten conocer la ecuación característica para el modo LSE, como

$$\alpha_1 \tan(\alpha_1 T_1) = -\alpha_2 \tan(\alpha_2 T_2) \quad [18]$$

La relaciones [12] y [18] forman un conjunto de ecuaciones trascendentales para las incógnitas α_1 y α_2 , para $n=1$, $\gamma=1$ primer armónico. Estas incógnitas son halladas mediante un programa de computadora implementado por el autor en QBASIC con precisión doble, tal que pueda dar solución a los casos extremos de impedancias muy bajas, 15 Ohms, y muy altas, unos 250 Ohms, en donde el parámetro m de las integrales elípticas se acerca a cero o a la unidad. Dicho programa es de convergencia rápida que muestra las variaciones de los parámetros antes mencionados para diferentes relaciones de perfil W/h , de la constante dieléctrica relativa ϵ_r y de la frecuencia angular ω .

Una vez que se han encontrado las constantes α_1 y α_2 , es fácil conocer la constante de fase $\beta(\omega)$ como una función de la frecuencia angular ω según la ecuación [13], y los campos Magnético y Eléctrico según las ecuaciones [14] a [17].

Procedimiento Numérico y Resultados

En el programa computacional encontramos la constantes de fase α_1 y α_2 , y con ellas es posible mostrar en la Figura 3 el comportamiento dispersivo de $\beta(\omega)$ para una microcinta para el caso reportado por Itoh y Mitra (12) con $W/h=1.04$, $\epsilon_r = 11.7$ (zafiro),

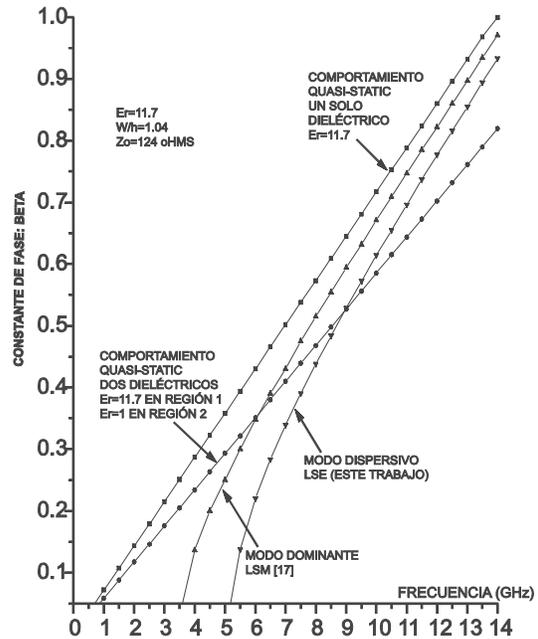


Figura 3 Comportamiento de la constante de fase $\beta(\omega)$ como una función de la frecuencia o comportamiento “dispersivo” para los modos de propagación LSM [17] o modo dominante y el modo LSE.

$Z_o=124$ Ohms, $n=1$, $\gamma=1$, para el modo LSE, también se muestra el mismo efecto para el modo LSM (17). En la misma figura graficamos la recta para los casos no dispersivos: el primero, cuando consideramos que entre los conductores existe un material de constante dieléctrica relativa $\epsilon_r = 11.7$ (caso homogéneo) en todo el espacio y el segundo, cuando consideramos que dicho material solo se encuentra entre los dos conductores (caso no-homogéneo).

Otro parámetro de interés, para efectos de comparaciones con otros autores (7, 11, 12), Figura-4, es la constante dieléctrica relativa (efectiva) “dispersiva” o como una función de la frecuencia, $\epsilon_{eff}(\omega)$,

$$\epsilon_{eff} = \left(\frac{\lambda_o}{\lambda_g} \right)^2 = \left(\frac{\beta}{k_o} \right)^2 \quad [25]$$

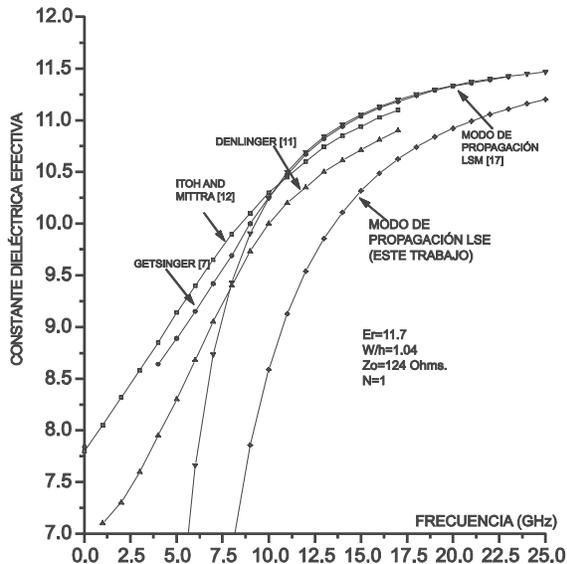


Figura 4. Comportamiento de la constante dieléctrica efectiva $\epsilon_{eff}(\omega)$ versus frecuencia para el modo de propagación LSE y su comparación con el modo LSM (17).

en donde λ_g es la longitud de onda de la guía.

El comportamiento de esta constante, para los modos LSE y LSM, indican una acertada coincidencia entre el modo LSM (17), modo dominante, y lo expuesto por Getsinger (7), Denlinger (11), Itho y Mitra (12). Lo anterior es un indicativo que al alimentar el dispositivo con una señal EM el primer modo que debería ser medido es el LSM tal como lo reportan todos estos autores (7, 11, 12) y (14-16).

El modo LSE, en las Figuras 3 y 4, el cual es el modo no dominante está desfasado en frecuencia aproximadamente 1.5 GHz con respecto al modo LSM para $\beta \cong 0$. Aquí observamos que si las ecuaciones [12] y [18] son resueltas en forma simultánea, esto es, despejando una de las constantes de fase α_1 o α_2 de la ecuación [12] y la reemplazamos en la ecuación [18] podemos encontrar para LSE cualquiera de los modos de orden (n, γ) .

Presentamos en las Figuras 3 y 4 solamente el modo principal LSE (1, 1). Otros modos secundarios presentarán, obviamente, desfases en frecuencia con respecto a estos dos modos principales LSM y LSE. En la Figura-4 observamos que mientras las curvas para ϵ_{eff} de estos otros autores (7, 11, 12) tienen un comportamiento asintótico al valor aproximado de $\epsilon_r = 7.8$ o valor de frecuencias bajas (lo cual es lo que debemos esperar), nuestras curvas tienen, por lo contrario, una frecuencia de corte. Lo anterior tiene su explicación en el hecho de que hemos asumido conductores sin pérdidas o $\sigma \rightarrow \infty$ (conductividad infinita) y al mismo tiempo, dieléctricos ideales o sin fuerzas de amortiguamiento. En nuestros cálculos para el caso de dos dieléctricos “quasi-static” (de aproximación estática) también obtenemos el anterior valor de $\epsilon_r = 7.8$, lo cual indica que los resultados presentados por Itoh and Mitra (12), Getsinger (7) y los nuestros para frecuencias muy bajas son altamente coincidentes. Para frecuencias por encima de 9 GHz, existe una concordancia clara entre los resultados presentados por Itoh and Mitra (12), Getsinger (7) y nuestros resultados para el modo principal LSM (1, 1). Esta coincidencia es mayor entre lo expuesto por Getsinger y lo encontrado en el presente trabajo, como se puede observar en la Figura 4.

Conclusiones

Observamos que el comportamiento dispersivo, tanto de β como de ϵ_{eff} , permiten conocer los campos EM según las ecuaciones [14]-[18] para el caso de $n=1$, $\gamma=1^\circ$, o modo principal LSE. En estas ecuaciones la única incógnita es la constante A, la cual puede ser hallada de las condiciones de acoples del campo EM impuestas por la fuente (externa) que alimenta al dispositivo. El anterior comportamiento de la constante de fase β permite hacer una comparación entre los modos LSM y el LSE y de éstos con las constantes no dispersivas o estáticas, para ello, en la Figura-3 se observa el caso asintó-

tico de $\beta(\omega)$ con el caso “homogéneo” (un solo dieléctrico entre conductores) y el caso “no homogéneo” (dos dieléctricos entre conductores). Se muestra para cada uno de los modos dos zonas diferentes: la primera corresponde a aquella en donde la constante de fase se encuentra por debajo de la constante para el caso “no homogéneo”, esto es, para el caso con dos dieléctricos diferentes, entonces, el comportamiento de la fase está gobernada principalmente por “el efecto que ejerce el dieléctrico entre conductores sobre las líneas de flujo del campo EM”. En la segunda zona, por el contrario, “el efecto de la frecuencia” llega a ser más importante que el efecto dieléctrico. El anterior análisis constituye, desde la década de los setenta, una de las primeras inquietudes debidas a muchos autores y que aquí el modelo y las figuras lo muestran en una forma clara y separada.

Agradecimientos

Agradezco a la División de Investigación de la Facultad de Ciencias, La Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela, por el aporte de parte del equipo computacional, sin el cual no hubiera sido posible la realización del presente trabajo de investigación.

Referencias Bibliográficas

1. ASSADURIAN F., RIMAI E. Proc. of the IRE 40:1651-1657, 1952.
2. COMPTON J., HAPP W. IEEE Trans. on Electron Devices 10: 447-455, 1964.
3. BRYANT T., WEISS J. IEEE Trans. on MTT 16:1021-1027, 1968.
4. CALLAROTTI R., GALO A. IEEE Trans. on MTT 32:333-339, 1984.
5. GALO A. **Revista Ciencia** 1:93-104, 1993.
6. GALO A. Unpublished results.
7. GETSINGER W.J. Trans. on MTT 21:34-39, 1973.
8. MITTRA R., ITOH T. IEEE Trans. on MTT 19:47-56, 1971.
9. YAMASHITA E., MITTRA R. IEEE Trans. on MTT 16:251-256, 1968.
10. EDWARDS T.C., OWENS R.R. IEEE Trans. on MTT 24:506-513, 1976.
11. DENLINGER E.J. IEEE Trans. on MTT 19:30-39, 1971.
12. ITOH T., MITTRA R. IEEE Trans. on MTT 21:496-498, 1973.
13. RAILTON C.J., ROZZI T. IEEE Trans. on MTT 36:865-874, 1988.
14. YUEHE GE, ESSELLE K.P. IEEE Trans. on MTT 50:1556-1560, 2002.
15. YONG-JIU Z., KE-LI WU, CHENG K., IEEE Trans. on MTT 50:1844-1848, 2002.
16. TSALAMENGAS J.L., FIKIORIS G. IEEE Trans. on MTT 51:1729-1734, 2003.
17. GALO A. Unpublished results.