CIENCIA 12(1), 144 - 148, 2004
Maracaibo, Venezuela

Aspectos de la supermembrana en un background de tipo eléctrico*

Joselen Peña** y Álvaro Restuccia
Departamento de Física, Universidad Simón Bolívar (USB), Caracas, Venezuela

Recibido: 10-09-02 Aceptado: 30-03-04

Resumen

Se presenta un aspecto de la teoría de la supermembrana en un background no trivial, esto es, la representación en el formalismo del superespacio de la solución particular de la teoría de la Supergravedad D=l1 escogida como background. Usando el método conocido como 'Gauge Completion' se pueden conseguir expresiones que contienen toda la información necesaria para la determinación, a cualquier orden en la variable fermiónica θ, de los supercampos que definen a la teoría de supergravedad D=11 en el superespacio. En este trabajo se presentan los resultados obtenidos para la mayor parte de estos supercampos en el caso de la solución de supergravedad D=11 más general.

Palabras clave: Supermembrana; supergravedad.

Aspects of supermembrane in a electric type background

Abstract

We consider one aspect of the theory of supermembrane in a non- trivial background, the representation in superspace formalism of a particular solution of D= 11. Supergravity theory that we have chosen as background. Using the 'Gauge Completion' method, we can obtain expressions that contain all information that we need to determine, at any order in the fermionic variable θ, the superfields that define D=11 supergravity theory in superspace. We show results for the majority of these superfields in the case of the most general solution of D= 11 supergravity.

Key words: Supemembrane; supergravity.

Introducción

Actualmente se trabaja intensamente en conseguir la teoría en la cual se logren unificar todas las fuerzas de la naturaleza. Se ha especulado sobre la existencia de una única teoría, llamada Teoría M, que formulada en once dimensiones, pareciera ser el punto de unión de las cinco teorías de supercuerdas D= 10 consistentes conocidas y la teoría de supergravedad D= 11. La supermembrana en D= 11, de acuerdo a los resultados obtenidos hasta ahora (1-9), es un elemento importante desde el punto de vista no

* Trabajo presentado en el Segundo Congreso Venezolano de Física, Facultad de Ciencias, Universidad de Oriente. Cumaná, 2000.

** Autor para la correspondencia. E-mail: joselen@yahoo.com

perturbativo en la búsqueda de esta teoría unificadora. Un aspecto relevante, que recientemente ha despertado mucho interés en el estudio de la teoría de la supermembrana D= 11, es analizarla en backgrounds curvos que son soluciones de la supergravedad D=11, puesto que esto puede interpretarse como una teoría de interacción entre supemiembranas. El análisis canónico de esta teoría con el cálculo de su hamiltoniano físico permitirá obtener nueva información en el estudio del problema de la estabilidad de la supermembrana.

Este trabajo trata sobre un aspecto importante de la teoría de la supermembrana en un background no trivial, esto es, la construcción de los objetos geométricos necesarios para obtener el Hamiltoniano físico de esta teoría. En particular, la representación en el formalismo del superespacio de una solución de la teoría de la Supergravedad D=11 escogida como background.

La notación y convención usada aquí es la siguiente: A, B, C..., son los índices del superespacio, con∧, índices del superespacio tangente. Los índices (a,b,c...) y $(\alpha, \beta, \chi, \ldots)$ son índices del superespacio de las variables bosónicas y fermiónicas respectivamente, con ∧, índices del superespacio tangente. Las matrices $\left(\Gamma^{\hat{a}}\right)^{\hat{\alpha}}_{\hat{\beta}}$ están en la representación de Majorana, verificando $\left\{\Gamma^{\hat{a}}, \Gamma^{\hat{b}}\right\} = 2\eta_{\hat{a}\hat{b}}$, con $\eta_{\hat{a}\hat{b}}$, la métrica de Minkowski en D=11 y signatura (–, +, +, ..., +). El índice bosónico tangente $\hat{a} = 0,1,\ldots,10$, y el femiónico $\hat{\alpha} = 1,\ldots,32$. Se define $\Gamma^{\hat{a}_1 \ldots \hat{a}_{11}} = \Gamma^{[\hat{a}_1} \ldots \Gamma^{\hat{a}_{11}]}$, y la matriz $C_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}$, que cumple: $C_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} = C_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}$, $C_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}\left(\Gamma^0\right)_{\alpha\beta}$; y permite definir: $\left(\Gamma^{\hat{a}}\right)_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} = C_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}\left(\Gamma^{\hat{a}}\right)^{\hat{\beta}}_{\hat{\gamma}}$, $\overline{\Psi}_{\beta} = \Psi^{\hat{\alpha}} C_{\hat{\alpha}\beta}$ donde Ψ es un espinor de Majorana,

Este trabajo está estructurado de la siguiente manera: En el punto 2, se muestra la acción de la supermembrana acoplada a un background no trivial (10). En 3, se presenta la acción que define a la teoría de la supergravedad D=1 1 y su solución tipo eléctrico o tipo 2-brana (11-14), que es la solución particular escogida en un trabajo posterior, para acoplarla a la supermembrana. Luego, en el punto 4, se explica en qué consiste el método conocido como 'Gauge Completion' (15-16), que permitirá determinar los supercampos que caracterizan a la supergravedad D=11 superespacio (17-19). En 5 se muestran los resultados obtenidos. Finalmente, en 6 se presentan las conclusiones y algunas observaciones finales.

Supermembrana en backgrounds no triviales

La acción de la Supermembrana acoplada a un background no trivial fue presentada en (10),

$$S = \int d^3\xi \left\{ \frac{1}{2}\sqrt{-\gamma\gamma^{ij}}\, E_i^{\hat{a}} E_j^{\hat{b}} \eta_{\hat{a}\hat{b}} + \varepsilon^{ijk} E_i^{\hat{A}} E_j^{\hat{B}} E_k^{\hat{C}} B_{\hat{C}\hat{B}\hat{A}} - \frac{1}{2}\sqrt{-\gamma^{ij}} \right\} \qquad [2.1]$$

donde ξ^i y γ^{ij}, son las coordenadas y métrica del worldvolume, respectivamente. Los índices i,j,k corren de 0 a 2, y $\gamma = \det \gamma^{ij}$. Los objetos $E_i^{\hat{A}}$ están definidos como $E_i^{\hat{A}} = \left(\partial_i z^M\right) E_M^{\hat{A}}$, donde $E_i^{\hat{A}}$ es el Supervielbein. $E_M^{\hat{A}}$ junto a la tres B_{ABC} caracterizan el background. En (10) Bershoeff, Sezgin y Townsend mostraron que los supercampo $E_M^{\hat{A}}$ y B_{ABC} deben ser solución de la teoría de la Supergravedad D= 11.

Supergravedad D=11 y su Solución de Tipo 2-brana (o Tipo 'Eléctrico')

La acción de la teoría de Supergravedad en D=112 es:

$$S_{SG}^{D=11} \int d^{11}X \left\{ -\frac{1}{2} eR(\omega) - 2e\overline{\Psi}_m \Gamma^{mnl} D_n \left(\frac{\omega + \overline{\omega}}{2}\right) \Psi_1 - \frac{1}{96} eF_{mnrs}F^{mnrs} - \frac{1}{2(12)^4} \varepsilon^{m_1 m_2 \ldots m_{11}} F_{m_1 m_2 m_3 m_4} F_{m_5 m_6 m_7 m_8} A_m \right.$$

$$-\frac{1}{96}e\left(\overline{\Psi}_n\Gamma^{m_1m_2m_3m_4nl}\Psi_1+12\overline{\Psi}^{m_1}\Gamma^{m_2m_3}\Psi^{m_4}\right)$$
$$\left.\left(F_{m_1m_2m_3m_4}+\hat{F}_{m_1m_2m_3m_4}\right)\right\} \quad [3.1]$$

donde $e_m^{\hat{a}}$, el vielbein; A_{lmn}, el potencial de calibre y Ψ_n, el gravitino. Todos los demás objetos que aparecen en la acción están definidos a partir de estos tres campos fundamentales (2). ω y $\hat{\omega}$ es la conexión y superconexión de espín, respectivamente. F es la 4-forma definida a partir de A, $F_{klmn}=4\partial_{[k}A_{lmn]}$. La acción [3.1] es invariante bajo transformaciones supersimétricas, transformaciones de coordenadas generales, transformaciones de calibre del potencial A_{lmn}, y transformaciones locales de Lorentz (11-15). El álgebra con de estas transformaciones puede verse en (15).

Cuando se quiere estudiar la supermembrana en un background no trivial debe seleccionarse una solución particular de las ecuaciones de movimiento derivadas de la acción [3.1], como se demostró en (10). Una posibilidad interesante, que será estudiada posteriormente, es la solución llamada tipo membrana (2-brana) o de tipo eléctrico. Dicha solución es puramente bosónica y corresponde a una de las soluciones obtenidas a partir de la acción de la teoría de supergravedad D=11 consistentemente truncada considerando el gravitino ψ_m igual a cero, esto es,

$$S_{SG-bos}^{D=11}=\int d^{11}x\left\{\sqrt{-g}\left[R-\frac{1}{48}F_{[4]}^2\right]+\frac{1}{6}F_{[4]}\wedge F_{[4]}\wedge A_{[3]}\right\} \quad [3.2]$$

La solución para el tensor g_{mn} y el potencial de calibre A_{lmn} son, respectivamente (12-14):

$$ds^2=\left(1+\frac{k}{r^6}\right)^{-2/3}dx^{\tilde{m}}dx^{\tilde{n}}\eta_{\tilde{m}\tilde{n}}+\left(1+\frac{k}{r^6}\right)^{+1/3}dx^{\overline{m}}dx^{\overline{n}}\delta_{\overline{m}\overline{n}} \quad [3.3.a]$$

$$A_{\tilde{m}\tilde{n}\overline{1}}=\varepsilon_{\tilde{m}\tilde{n}\overline{1}}\left(1+\frac{k}{r^6}\right)^{-1}, \quad [3.3.b]$$

con todas las demás componentes iguales a cero.

En estas expresiones k es una constante positiva y las coordenadas x^m (con m= 0,1,...,10) se dividen así: $x^m=\left(x^{\tilde{m}},x^{\overline{m}}\right)$, con $\tilde{m}=0,1,2;\overline{m}=3,\ldots,10$. La variable r se define como $r=\sqrt{x^{\tilde{m}}x_{\tilde{m}}}$. Esta solución tiene simetría (Poincaré)$_3$xSO(17) verificando que cuando r, se tiene Minkowski D=11; y, cuando r 0, se tiene la geometría AdS$_4$xS (16).

Representación en el Superespacio de la Solución Tipo 2-brana de SSG$^{D=11}$

En primer lugar definiremos el lenguaje del superespacio para la formulación de la Supergravedad D=11 en la geometría del mismo (17-20). Las coordenadas del superespacio se denotan $z^M=\left(x^m,\theta^\mu\right)$. Se definen los supercampos, $E_M^{\hat{A}}$, $\Omega_M^{\hat{A}}$, $T^{\hat{A}}$, B_{MNL}, que son el supervielbein, la superconexión, la supertorsión y la super 3-forma potencial (DB=H) respectivamente. El modo en que transfonr los supercampos $E_M^{\hat{A}}$ y $\Omega_M^{\hat{A}}$ bajo difeomorfismos y bajo súper locales de Lorentz se pueden ver explícitamente en (15-16). El campo B_{MNL} es un campo de calibre que transforma como $\delta_{SC}B_{MNL}=3\partial_{[M}\Theta_{NL]}$. Para ver el álgebra completa de estas transformaciones consultar la referencia (15). Una vez definida las propiedades geométricas y algebraicas de los elementos del superespacio, regresamos a nuestro objetivo: construir $E_M^{\hat{A}}$ y B_{MNL} para una solución de la teoría de supergravedad D=11. Para ello, es necesario hacer la identificación, de un modo compatible, de todos los supercampos y superparámetros de las supertransformaciones en el superespacio, considerándolos como expansiones en la coordenada θ, con los campos y parámetros de la teoría de la supergravedad D=l 1 usual. El método se denomina 'GaugeCompletion' (15, 16-18) y tiene como objetivo calcular todas las componentes de todos los supercampos en su expansión en θ. El procedimiento es el siguiente:

1. Se escoge un calibre al identificar las componentes de todos los supercampos y superparámetrros en θ=0 con los campos de la supergravedad D=11 usual y los parámetros de las transformaciones de dichos campos. Esto es,

$$E_m^{\hat{a}(0)} = e_m^{\hat{a}}(x), \qquad E_m^{\hat{\alpha}(0)} = \Psi_m^{\hat{\alpha}}(x),$$
$$\Theta^{m(0)} = \xi^m(x), \qquad \Theta^{\alpha=0} = \varepsilon^{\alpha}(x),$$
$$\Theta_{mn}^{(0)} = \xi_{mn}(x), \qquad \Theta_{m\alpha}^{(0)} = \Theta_{\mu\alpha}^{(0)} = 0,$$
$$\Omega_{m\,\hat{b}}^{\;\hat{a}(0)} = -\hat{\omega}_{m\,\hat{b}}^{\;\hat{a}}(x), \qquad \Lambda_{\hat{a}}^{\;\hat{b}(0)} = \lambda_{\hat{a}}^{\;\hat{b}}(x),$$
$$B_{mnl}^{(0)} = A_{mnl}(x), \qquad B_{mn\lambda}^{(0)} = B_{m\nu\lambda}^{(0)} = B_{\mu\nu\lambda}^{(0)} = 0 \quad [4.1.]$$

En estas expresiones el superíndice (0) indica la componente del supercampo cuando $\theta = 0$, ξ^n es el parámetro de la transformación de coordenadas generales y ε^{α}, el parámetro supersimétrico. La matriz λ indica la transformación local de Lorentz.

2. Se comparan las reglas de transformación de los supercampos y las álgebras de dichas transformaciones en θ=0 con las correspondientes a los campos de la teoría de la supergravedad D=11 dada por [3.1].

Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos con los cuales será posible determinar, haciendo uso de derivadas covariantes fermiónicas sucesivas, los supervielbeins y parte de las componentes de la tres-forma B a todos los órdenes en su expansión en θ:

$$\left[D_{\nu} E_m^{\hat{a}} = 2\left(\Gamma^{\hat{a}}\right)_{\nu\hat{\beta}} E_m^{\hat{\beta}}\right]_{\theta=0}, \qquad [5.1]$$

$$\left[D_{\nu} E_m^{\hat{\alpha}} = -\frac{1}{4}\Omega_{m\hat{a}\hat{b}}\left(\Gamma^{\hat{a}\hat{b}}\right)_{\nu}^{\hat{\alpha}} + \left(T_m^{rstu}\right)_{\nu}^{\hat{\alpha}}\right]_{\theta=0}, \qquad [5.2]$$

$$\left[\Theta^{\lambda} D_{\lambda} E_{\nu}^{\hat{a}} + D_{\nu}\Theta^{1} E_{1}^{\hat{a}}\right]_{\theta=0} = 0, \qquad [5.3]$$

$$E_{\nu}^{\hat{\alpha}(0)} = \delta_{\nu}^{\alpha}, \qquad [5.4]$$

$$\left[\Lambda_{\hat{\beta}}^{\hat{\alpha}} = \frac{1}{4}\Lambda_{\hat{a}\hat{b}}\left(\Gamma^{\hat{a}\hat{b}}\right)_{\hat{\beta}}^{\hat{\alpha}}\right]\theta = 0, \qquad [5.5]$$

$$E_{\nu}^{\hat{a}(0)} = 0, \qquad [5.6]$$

$$\left[\Theta^{\lambda} D_{\lambda} E_{\nu}^{\hat{\alpha}} + D_{\nu}\Theta^{\lambda} E_{\lambda}^{\hat{\alpha}} + D_{\nu}\Theta^{1} E_{1}^{\hat{\alpha}} + \Lambda_{\hat{\beta}}^{\hat{\alpha}} E_{\nu}^{\hat{\beta}}\right]_{\theta=0} = 0, \qquad [5.7]$$

$$\left[D_{\nu}\Lambda_{\hat{a}}^{\hat{b}} = -\left(\Gamma^{n}\right)_{\nu\gamma}\Theta^{\gamma}\hat{\Omega}_{m\,\hat{a}}^{\;\hat{b}} + \frac{1}{144}\left(\Gamma_{\hat{a}}^{\hat{b}\,rstu}\hat{H}_{rstu} + 24\Gamma_{rs}\hat{H}_{\hat{a}}^{\hat{b}\,rs}\right)_{\nu\gamma}\Theta^{\gamma}\right]_{\theta=0} \qquad [5.8]$$

$$\left[D_{\lambda}\Theta^{n} = \left(\Gamma^{n}\right)_{\lambda\nu}\Theta^{\nu}\right]_{\theta=0}, \qquad [5.9]$$

$$\left[D_{\lambda}\Theta^{\nu} = -\left(\Gamma^{n}\right)_{\lambda\gamma}\Theta^{\gamma}E_{n}^{\nu} - \Lambda_{\lambda}^{\nu}\right]_{\theta=0}, \qquad [5.10]$$

$$\left[D_{\gamma}B_{mnl} = -6\left(\Gamma_{[mn}\right)_{|\gamma\hat{\alpha}|}E_{l]}^{\hat{\alpha}}\right]_{\theta=0} = 0, \qquad [5.11]$$

$$\left[\Theta^{\alpha}D_{\alpha}B_{\mu nl} + D_{\mu}\Theta^{\alpha}B_{anl} + D_{\mu}\Theta_{nl}\right]_{\theta=0} = 0, \qquad [5.12]$$

$$\left[D_{\beta}\Theta_{mn} = -\left(\Gamma^{a}\right)_{\beta\nu}\Theta^{\nu}B_{amn} - \left(T_{mn}\right)_{\beta\nu}\Theta^{\nu}\right]_{\theta=0}, \qquad [5.13]$$

$$B_{l\mu\nu}^{(1)} = 0, \qquad [5.14]$$

$$B_{\lambda\mu\nu}^{(1)} = B_{\lambda\mu\nu}^{(2)} = 0, \qquad [5.15]$$

con D_{α} definida como: $D_{\alpha} = E_{\alpha}^{\;\hat{A}}D_{\hat{A}}$, $D_{\hat{a}} = \dfrac{\partial}{\partial X^{\hat{a}}}$ y $D_{\hat{\alpha}} = \left[\dfrac{\partial}{\partial\theta^{\alpha}} + i\theta^{\beta}\left(\Gamma^{\hat{a}}\right)_{\hat{\beta}\hat{\alpha}}\dfrac{\partial}{\partial X^{\hat{a}}}\right]$.

Conclusiones

Los resultados presentados son ecuaciones en supercampos en θ=0, por lo tanto válidas a cualquier orden en θ. Esto implica que dichas ecuaciones contienen toda la infom acerca de las componentes en la expansión en θ de $E_M^{\hat{A}}$, B_{mnl}, $B_{\mu nl}$, Θ^M, Θ_{mn}, $\Lambda_{\hat{\alpha}}$, esto es, pueden calcularse todas las con en θ haciendo derivadas sucesivas de dichas expresiones.

En cuanto a expresiones para $B_{\mu\nu\lambda}, B_{m\nu\lambda}, \Theta_{\mu\nu}, \Theta_{\mu n}$, se deben hacer cálculos a órdenes superiores para obtener más información pues a orden θ, todos ellos son cero.

Una vez conseguida la representación del background en términos de los elementos del superespacio completamente, el paso siguiente en el desarrollo de este trabajo es introducir estos resultados en la acción de la supermembrana y hacer al análisis canónico correspondiente. El objetivo final es encontrar el hamiltoniano físico y el análisis a nivel cuántico de la teoría de interacción entre membranas.

Referencias Bibliográficas

1. SCHWARZ J.H. ***Phys Lett*** B367: 97-103, 1996.
2. SEZGIN E. ***Topics in M-theory***, hep-th/9809204, Lectures at the Abdus Salam Memorial Meeting, Trieste (Italia), pp. 51, 1997.
3. SCHWARZ J.H. ***Phys Lett*** B360: 13-18, 1995.
4. DUFF M.J. ***Supermembranes*** pre hep 1203, Lectures at the TASI Summer Schooi, University of Colorado, Boulder, USA; the Topical Meeting, in College, London, and the 26th British 1 Universities Summer School in Theoretical Elementary Particle Physics, University of Swansea, pp. 76,1996.
5. GREEN E. ***The Elegant Universe: Superstrings, hidden dimensions, and the quest for the ultimate theory*** W.W. Norton & Company, pp. 283-319, 1999.
6. De WIT B., HOPPE J., NICOLAI H. ***Nucl Phys*** B305: 545-581, 1988.
7. MALDACENA J.M. ***Adv Theor Math Phys*** 2: 231-252, 1998.
8. MALDACENA J.M. Int J Theor Phys 38: 1113-1133, 1999.
9. SUSSKIND L. ***Phys Rev*** D55: 5112-5128, 1997
10. BERSHOEFF E., SEZGIN E., TOWNSEND P.K. ***Phys Lett*** B189: 75-78, 1987.
11. CREMMER E., JULIA B., SCHERK J. ***Phys Lett*** 76B: 409-412, 1978.
12. DUFF M.J., STELLE K.S. ***Phys Lett*** B253: 113-118, 1991.
13. GUEVEN R. ***Phys Lett*** B: 276 49-55, 1992.
14. STELLE K.S. ***Lectures on Supergravity p-branes*** pre-print hep th/9701088.
15. YUUICHIROU S. ***Mod Phys Lett*** A14: 2767-2781, 1999.
16. De WIT B., PEETERS K., PLEFKA J. ***Nucl Phys*** B:532: 99-123, 1998.
17. WESS J., ZUMINO B. ***Phys Lett*** 66B: 361-364, 1977.
18. CREMMER E., FERRARA S. ***Phys Lett*** 91B: 61-66, 1980.
19. BRINK L., HOWE P. ***Phys Lett*** 91B: 384-386, 1980.
20. HOWE P. ***Nucl Phys*** B199: 309-364, 1982.